



## การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประจำปี 2553 (TME)

ชื่อ - นามสกุล	โรงเรียน	
	ชั้น	

คำสั่ง ข้อสอบมีทั้งหมด 4 หน้า จำนวน 30 ข้อ

ให้ระบายตัวเลขที่เป็นคำตอบ ลงในกระดาษคำตอบ

ข้อ 1 จงหาผลลัพท์  $\sqrt{75} + (-\sqrt{3})^2 - \frac{15}{\sqrt{3}}$

ข้อ 2 คำตอบของอสมการ  $3 < \sqrt{x} < 5$  มีทั้งหมด  
กี่คำตอบ เมื่อ  $x$  แทนด้วยจำนวนเต็มบวก

ข้อ 3 เมื่อหาผลคูณของ  $(4x - \frac{a}{4})(x + \frac{1}{16})$  แล้วจะได้  
สัมประสิทธิ์ของ  $x$  มีค่าเป็น 8 เท่าของค่าคงตัว  
จงหาค่าของ  $a$

ข้อ 4 กำหนดให้  $(\sqrt{2} - 1)^2 (\sqrt{2} + 1)^3 = p + q\sqrt{2}$   
จงหาค่าของ  $pq$  (เมื่อ  $p$  และ  $q$  เป็นจำนวนตรรกยะ)

ข้อ 5 ถ้า  $x - 5$  เป็นตัวประกอบหนึ่งของ  $x^2 - ax - 15$  แล้ว  $a$  มี  
ค่าเท่าใด

ข้อ 6 เมื่อ  $(x + 4)^2 - 2(x + 4) - 8 = (x + a)(x + b)$  แล้ว  
 $a + b$  มีค่าเท่าใด

ข้อ 7 ถ้า  $x^2 = 1$  แล้ว  $x = 1$

ข้อความ

จำนวน

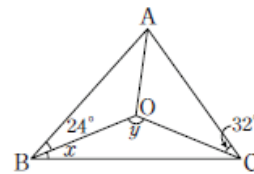
- ก) ประโยคเงื่อนไขที่กำหนดให้เป็นจริง .....1  
ข) ประโยคนี้นี้มีเหตุ คือ  $x = 1$  .....2  
ค) ประโยคนี้นี้มีผล คือ  $x^2 = 1$  .....4  
ง) บทกลับของประโยคนี้นี้ คือ ถ้า  $x = 1$  แล้ว  $x^2 = 1$  .....8  
จ) บทกลับของประโยคนี้นี้เป็นจริง .....16

ให้พิจารณาว่าข้อความที่กำหนดให้ข้างต้นในแต่ละข้อ

ข้อใดเป็นจริง แล้วนำจำนวนที่อยู่ท้ายข้อความที่เป็นจริง

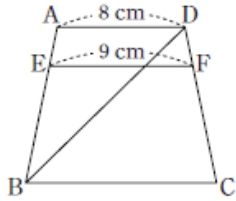
มารวมกัน ผลรวมเท่ากับเท่าใด

ข้อ 8 จากรูป  $\triangle ABC$  มีจุด  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางวงกลมที่  
ล้อมรอบรูปสามเหลี่ยมนี้ กำหนดให้  $\hat{ABO} = 24^\circ$  และ  
 $\hat{ACO} = 32^\circ$  จงหาค่าของ  $\hat{x} + \hat{y}$

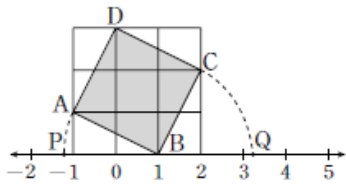


ข้อ 9 กำหนดให้มีรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานทั้งหมด 460 รูป โดย  
ก) เป็นรูปที่มีเส้นทแยงมุมสองเส้นตั้งฉากกัน 240 รูป  
ข) เป็นรูปที่มีเส้นทแยงมุมสองเส้นยาวเท่ากัน 280 รูป  
รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานดังกล่าว จะเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสกี่รูป

ข้อ 10 จากรูป  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู กำหนดให้  $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$ ,  $AE : EB = 1 : 3$ ,  $AD = 8$  เซนติเมตร และ  $EF = 9$  เซนติเมตร จงหาความยาวของ  $\overline{BC}$



ข้อ 11 จากรูป  $\square ABCD$  มี  $AB = BP$  และ  $BC = BQ$  เมื่อจุด  $P$  และจุด  $Q$  อยู่บนเส้นจำนวนที่มีค่าเป็น  $x$  และ  $y$  ตามลำดับ จงหาค่าของ  $x^2 + y^2$



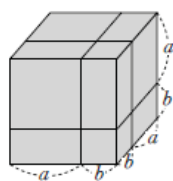
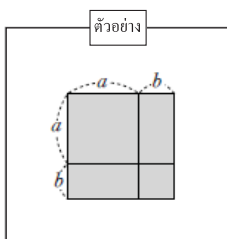
ข้อ 12 จากรูปตัวอย่าง จะเห็นว่าใช้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่แตกต่างกัน 3 แบบ มาเรียงต่อกัน เพื่อแสดงให้เห็นว่า

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

และด้วยวิธีการเช่นเดียวกันนี้ จะใช้ปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉากมาเรียงต่อกัน เพื่อแสดงให้เห็นว่า

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

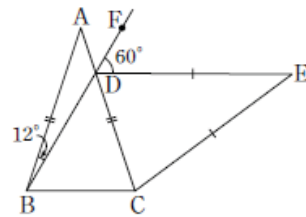
ถ้ากำหนดให้มีปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉากที่แตกต่างกัน  $x$  แบบ และมีปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมด  $y$  ชิ้น แล้ว  $x + y$  เท่ากับเท่าใด (โดยที่  $a \neq b$ )



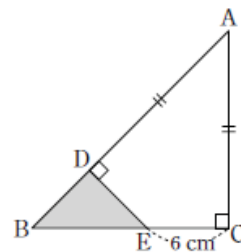
ข้อ 13 กำหนดให้  $x = \frac{21^2}{1+20^2}$  จงหาจำนวนเต็มทีใกล้เคียงค่าของ  $\frac{x}{x-1}$  มากที่สุด

ข้อ 14 ถ้าพหุนาม  $x^2 - 4x + a$ ,  $x^2 + bx + \frac{1}{25}$  และ  $cx^2 - 20x + 4$  สามารถแยกตัวประกอบให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้ จงหาค่าของ  $abc$  (เมื่อ  $b > 0$ )

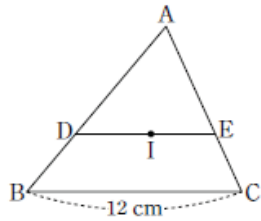
ข้อ 15 กำหนดให้  $\triangle ABC$  และ  $\triangle EDC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มี  $\hat{A}BD = 12^\circ$ ,  $\hat{F}DE = 60^\circ$  และ  $\triangle ABC \cong \triangle EDC$  ขนาดของ  $\hat{B}AC$  เท่ากับกี่องศา



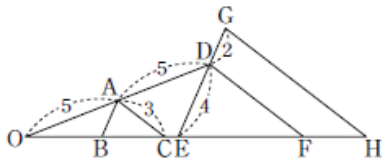
ข้อ 16 กำหนดให้  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมุมฉาก มี  $AD = AC$  และ  $\overline{AB} \perp \overline{DE}$  ถ้า  $EC = 6$  เซนติเมตร แล้วพื้นที่ของ  $\triangle BED$  เป็นเท่าใด



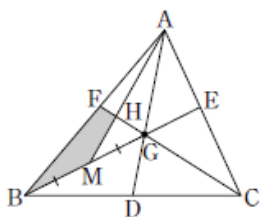
ข้อ 17 จากรูป  $\overline{DE}$  ผ่านจุด  $I$  ซึ่งเป็นจุดศูนย์กลางวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  และ  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  ถ้ากำหนดให้  $BC = 12$  เซนติเมตร และ  $\triangle ABC$  มีความยาวรอบรูป 35 เซนติเมตร ความยาวรอบรูปของ  $\triangle ADE$  เป็นเท่าใด



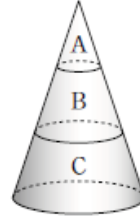
ข้อ 18 จากรูป  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  และ  $\triangle DEF \sim \triangle GEH$  กำหนดให้  $AO = 5$  เซนติเมตร,  $AD = 5$  เซนติเมตร  $AC = 3$  เซนติเมตร,  $DE = 4$  เซนติเมตร และ  $DG = 2$  เซนติเมตร จงหาความยาวของ  $\overline{GH}$



ข้อ 19 จากรูป จุด  $G$  เป็นจุดที่เส้นมัธยฐานของ  $\triangle ABC$  ตัดกัน, จุด  $M$  เป็นจุดกึ่งกลางของ  $\overline{BG}$  และจุด  $H$  เป็นจุดตัดของ  $\overline{AM}$  กับ  $\overline{CF}$  ถ้ากำหนดให้  $\triangle ABC$  มีพื้นที่ 36 ตารางเซนติเมตร จงหาพื้นที่ของ  $\square FBMH$



ข้อ 20 จากรูป เมื่อตัดกรวยในแนวขนานกับฐาน โดยตัดแบ่งเส้นส่วนสูงเอียงออกเป็น 3 ส่วนที่ยาวเท่ากัน ทำให้ผลรวมของปริมาตรของส่วน B และส่วน C เท่ากับ 130 ลูกบาศก์เซนติเมตร จงหาปริมาตรของส่วน C



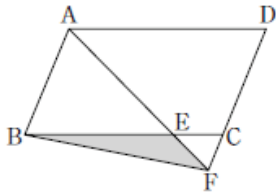
ข้อ 21 เมื่อแทน  $x = \sqrt{2}$  ใน  $\frac{x-1}{1+x}$  จะได้ผลลัพธ์เป็นค่า ๆ หนึ่ง จากนั้นนำผลลัพธ์ที่ได้นี้แทนใน  $\frac{x-1}{1+x}$  อีกครั้งจะได้ผลลัพธ์อีกค่าหนึ่ง นำผลลัพธ์ใหม่ที่ได้ไปแทนค่าเช่นนี้ต่อไปเรื่อย ๆ หลังจากทำไปแล้ว 2,003 ครั้ง จะได้ผลลัพธ์คือ  $a + b\sqrt{2}$  จงหาค่าของ  $a^2 + b^2$

ข้อ 22 เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก ถ้า  $n^2 + 125$  เป็นจำนวนที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของจำนวนนับบางตัวยกกำลังสอง แล้วผลรวมของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของ  $n$  จะเท่ากับเท่าใด

ข้อ 23 ถ้า  $x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = (x^a + 1)(x^b + 1)(x^c + 1)$  แล้ว  $abc$  เท่ากับเท่าใด

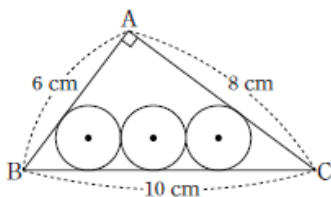
ข้อ 24 ทอดลูกเต๋าสองลูก 1 ครั้ง สมมติได้แต้มเป็น  $a$  และ  $b$   
 ถ้า  $\frac{x}{y}$  เป็นค่าของความน่าจะเป็นที่ทำให้  $\sqrt{ab-2a-b+2}$   
 เป็นจำนวนนับ (เมื่อ  $x$  และ  $y$  มี ห.ร.ม. เป็น 1)  
 จงหาค่าของ  $y-x$  (เมื่อทอดลูกเต๋าสองลูก ผลลัพธ์  
 ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มมี 36 แบบ)

ข้อ 25 จากรูป  $\square ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน กำหนดให้  
 $\overline{AB} \parallel \overline{DF}$ ,  $\square ABCD$  มีพื้นที่ 40 ตารางเซนติเมตร และ  
 $\triangle ABE$  มีพื้นที่ 15 ตารางเซนติเมตร จงหาพื้นที่ของ  
 $\triangle BEF$

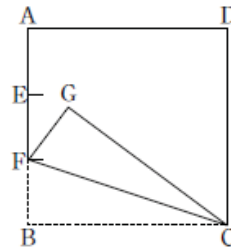


ข้อ 26 เจนต้องการหาที่นั่งให้พนักงานใหม่ที่เพิ่งเดินทางมาถึง  
 กรุงเทพมหานคร คือ แจ็คกี้, สตีฟ, โทนีและริชาร์ด  
 หลังจากที่เจนมองไปรอบๆบริษัท เจนพบว่า “วิธีที่จะให้  
 พนักงานทั้งสี่คนนั่งทำงานในที่นั่งที่ว่างมี 3,024 แบบ”  
 ถ้า  $a$  แทน จำนวนที่นั่งที่ว่างทั้งหมดในบริษัทของเจน  
 ถ้า  $b$  แทน จำนวนที่นั่งที่ว่างทั้งหมดหลังจากที่  
 พนักงานใหม่ นั่งทำงาน  
 แล้ว  $a + b$  มีค่าเท่าใด

ข้อ 27  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีวงกลม  
 3 รูป อยู่ในรูปสามเหลี่ยม ABC ดังรูป ถ้าวางกลมทั้งสาม  
 มีรัศมีเท่ากันคือ  $r$  จงหาค่าของ  $18r$



ข้อ 28 กระจายรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีความยาวด้านละ  
 10 เซนติเมตร มีจุด E และจุด F เป็นจุดแบ่ง  $\overline{AB}$   
 ออกเป็นสามส่วนเท่า ๆ กัน จากนั้น พับ  $\triangle FBC$  ตามแนว  
 $\overline{FC}$  จะได้  $\triangle GCF$  ดังรูป ถ้า  $FC = \frac{10\sqrt{10}}{3}$  เซนติเมตร  
 จงหาระยะห่างระหว่างจุด G กับ  $\overline{AD}$



ข้อ 29 กำหนดให้  $x^2 - 4x + 2 = 0$  จงหาค่าของ  
 $2x^2 - 3x + 5 + \frac{8}{x^2+2} + \frac{8}{8x-4}$

ข้อ 30 จากรูป  $\overline{AD}$  เป็นเส้นแบ่งครึ่ง  $\hat{BAC}$  จุด M เป็นจุดกึ่งกลาง  
 ของ  $\overline{BC}$  และ  $\overline{MN} \parallel \overline{AD}$  ถ้า  $\triangle ABC$  มีเส้นรอบรูป  
 ยาว 24 เซนติเมตร และ  $BC = 6$  เซนติเมตร จงหาค่าของ  
 $NA+AC$  (เมื่อ  $AB > AC$ )

