



การประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ประจำปี 2557 (TEDET)

วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ชื่อ-นามสกุล	โรงเรียน
--------------	----------

1. ให้ x คือรากที่สองที่เป็นบวกของ $(-13)^2$ และ y คือรากที่สองที่เป็นลบของ $\sqrt{625}$ จงหาค่าของ $x - y$

2. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนตรรกยะที่ทำให้ $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{8}} + \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{18}{\sqrt{3}} = a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$ จงหาค่าของ $2a + b$

3. ให้ $\sqrt{800} = a\sqrt{2}$ และ $\sqrt{0.005} = b\sqrt{2}$ จงหาค่าของ $a^2 - 2ab + \frac{1}{b^2}$

4. เมื่อกระจาย $(2x - y + 6)^2$ สัมประสิทธิ์ของ xy คือ a และสัมประสิทธิ์ของ y คือ b จงหาค่าของ $a - b$

5. เมื่อแยกตัวประกอบ $6x^2 - 7xy - 20y^2$ ในรูปผลคูณของพหุนามดีกรีหนึ่งสองตัว ถ้าผลบวกของพหุนามดีกรีหนึ่งทั้งสองตัวเป็น $ax + by$ จงหาค่าของ $a + b$

6. จงหาผลลัพธ์ต่อไปนี้

$$\frac{2004^2 - 1996^2}{204^2 - 196^2}$$

7. ชมรมกรีฑาต้องการส่งทีมนักกีฬาที่ประกอบด้วย โสของ วิซอล แทยอน และยองฮุน เข้าร่วมการแข่งขันวิ่งผลัด 4×100 เมตร จงหาว่าชมรมจะจัดลำดับของนักกีฬาทั้งสี่คนนี้ลงแข่งขันวิ่งผลัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

8. ตารางต่อไปนี้แสดงผลสำรวจหมู่เลือดของนักเรียนชั้น ม.3 ของโรงเรียนหนึ่ง

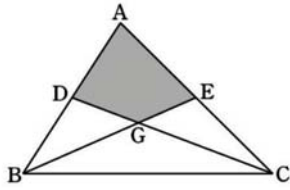
หมู่เลือด	A	B	O	AB
จำนวนนักเรียน (คน)	108	64	112	76

เมื่อสุ่มเลือกนักเรียนชั้น ม.3 ในโรงเรียนนี้มาหนึ่งคน ความน่าจะเป็นที่จะได้นักเรียนที่มีหมู่เลือด A หรือหมู่เลือด O เท่ากับ $\frac{b}{a}$ จงหาค่าของ $a + b$ (เมื่อ $\frac{b}{a}$ อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ)

9. ให้พิจารณาข้อความต่อไปนี้ แล้วหาผลบวกของจำนวนที่อยู่ทางขวามือของข้อความที่เป็นจริง

- (ก) รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานด้วย 2
- (ข) พหุคูณของ 3 จะเป็นพหุคูณของ 6 เสมอ 4
- (ค) ตัวประกอบของ 6 จะเป็นตัวประกอบของ 12 เสมอ 8
- (ง) รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วด้วย 16
- (จ) รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีพื้นที่เท่ากันจะเท่ากันทุกประการเสมอ 32
- (ฉ) ถ้า $a + b$ เป็นจำนวนคู่ แล้ว a และ b เป็นจำนวนคู่เสมอ 64

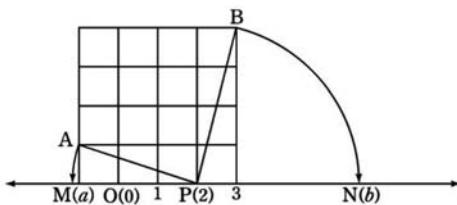
10. จากรูป กำหนดให้ G เป็นจุดเซนทรอยด์ของ $\triangle ABC$



ถ้าพื้นที่ของ $\square ADGE$ เท่ากับ 12 ตารางหน่วย จงหาว่า $\triangle ABC$ มีพื้นที่เท่ากับกี่ตารางหน่วย

11. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปมีด้านยาว a หน่วยและ b หน่วยตามลำดับ ถ้า $a : b = 3 : 5$ และผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองรูปเท่ากับ 1224 ตารางหน่วย จงหาค่าของ $a + b$

12. จากรูป รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็ก ๆ แต่ละรูปมีความยาวด้านละ 1 หน่วย เมื่อใช้จุด $P(2)$ เป็นจุดศูนย์กลาง ในการเขียนส่วนโค้งสองเส้นที่มีรัศมียาวเท่ากับ ส่วนของเส้นตรง PA และ PB ให้ตัดแกนอนที่จุด $M(a)$ และ $N(b)$ ตามลำดับ



ถ้า $(b - a)^2 = x + \sqrt{y}$ โดยที่ x และ y เป็นจำนวนเต็ม จงหาค่าของ $x + y$

13. ให้ $x = \frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$ จงหาค่าของ $x^2 - 34x + 100$

14. ให้ $x = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ และ $y = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ จงหาค่าของ $2x^2 - xy + 2y^2$

15. ถ้าจำนวนเต็ม a, b และ c สอดคล้องกับการแยกตัวประกอบต่อไปนี้

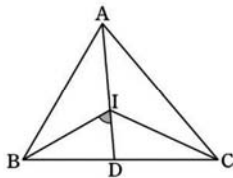
$$(3x + 5)^2 - (x - 4)^2 = (4x + a)(bx + c)$$

จงหาค่าของ $a + 2b + 3c$

16. นักยิงธนูสองคนมีความน่าจะเป็นในการยิงเข้าเป้าแต่ละครั้งเท่ากับ $\frac{9}{7}$ และ $\frac{9}{5}$ ตามลำดับ หากนักยิงธนูทั้งสองคนนี้นักยิงธนูคนละดอก แล้วความน่าจะเป็นที่จะมีอย่างน้อยหนึ่งคนที่ยิงเข้าเป้าเท่ากับ $\frac{b}{a}$ จงหาค่าของ $a + b$ (เมื่อ $\frac{b}{a}$ อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ)

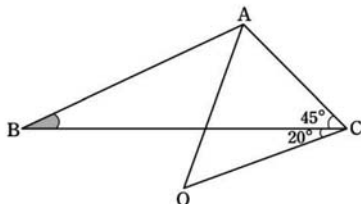
17. โยนเหรียญเที่ยงตรง 4 เหรียญพร้อมกันหนึ่งครั้ง พิจารณาเหตุการณ์ที่มีเหรียญขึ้นก้อยอย่างน้อยหนึ่งเหรียญ และเหรียญที่ขึ้นก้อยมีไม่มากกว่าเหรียญที่ขึ้นหัว ถ้าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นี้เท่ากับ $\frac{b}{d}$ จงหาค่าของ $a+b$ (เมื่อ $\frac{b}{d}$ อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ)

18. กำหนดให้จุด I เป็นจุดศูนย์กลางวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม ABC ดังรูป



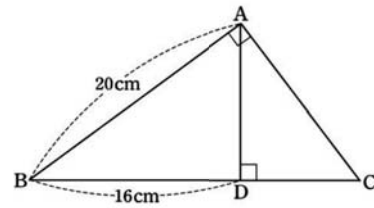
ถ้า $\angle ABC = 60^\circ$ และ $\angle ACB = 50^\circ$
จงหาว่า $\angle BID$ เท่ากับกี่องศา

19. กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางวงกลมล้อมรอบรูปสามเหลี่ยม ABC ดังรูป



ถ้า $\angle ACB = 45^\circ$ และ $\angle OCB = 20^\circ$
จงหาว่า $\angle ABC$ เท่ากับกี่องศา

20. จากรูป $\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$



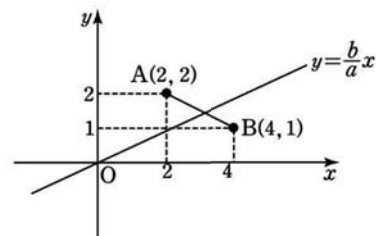
ถ้า $AB = 20$ cm และ $BD = 16$ cm
จงหาว่าผลบวกของความยาวของ \overline{AC} และ \overline{CD} เท่ากับกี่ cm

21. ถ้า $\sqrt{3} + \sqrt{5} = n + a$ โดยที่ n เป็นจำนวนเต็ม และ $0 \leq a < 1$ (กล่าวคือ n เป็นส่วนจำนวนเต็ม และ a เป็นส่วนทศนิยมของ $\sqrt{3} + \sqrt{5}$)
จงหาค่าของ b ที่สอดคล้องกับสมการต่อไปนี้

$$a^2 + 6a + 1 = \sqrt{b}$$

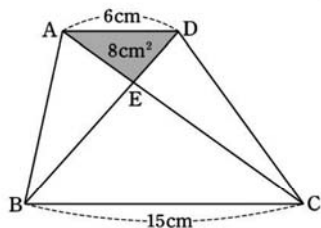
22. จงหาผลบวกของจำนวนเต็ม n ทั้งหมดที่ทำให้ $n^2 - 24n + 108$ เป็นจำนวนเฉพาะ

23. กำหนดจุด $A(2,2)$ และ $B(4,1)$ ดังรูป



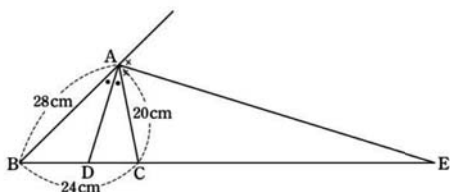
เมื่อโยนลูกเต๋า 2 ลูกหนึ่งครั้ง แล้วให้ a และ b เป็นแต้มบนหน้าของลูกเต๋าแต่ละลูกที่ได้ ถ้าความน่าจะเป็นที่เส้นตรง $y = \frac{b}{a}x$ ตัดกับส่วนของเส้นตรง AB มีค่าเท่ากับ $\frac{n}{m}$ จงหาค่าของ $m+n$ (เมื่อ $\frac{n}{m}$ อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ)

24. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD$ ซึ่ง $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ และ $AD = 6 \text{ cm}$ และ $BC = 15 \text{ cm}$ ดังรูป



ถ้าเส้นทแยงมุม AC กับ BD ตัดกันที่จุด E และ $\triangle AED$ มีพื้นที่ 8 cm^2 จงหาว่ารูปสี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD$ มีพื้นที่กี่ cm^2

25. กำหนดรูปสามเหลี่ยม ABC ดังรูป เส้นแบ่งครึ่ง $\angle A$ แบบภายใน ตัดด้าน \overline{BC} ที่จุด D และเส้นแบ่งครึ่ง $\angle A$ แบบภายนอก ไปพบกับส่วนต่อของด้าน BC ที่จุด E



ถ้า $AB = 28 \text{ cm}$, $BC = 24 \text{ cm}$ และ $AC = 20 \text{ cm}$ จงหาว่า DE เท่ากับกี่ cm

26. จำนวนเต็ม a, b และ c สอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$$(ก) \quad (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 1 = (x^2 + ax + b)^2$$

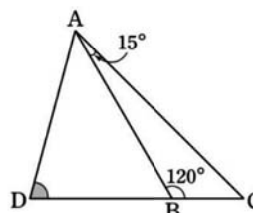
$$(ข) \quad \sqrt{21 \times 22 \times 23 \times 24} + 1 = c$$

จงหาค่าของ $a + b + c$

27. จงหาว่ามีคู่อันดับ (x, y) ของจำนวนเต็มบวกทั้งหมดกี่คู่ที่ xy มีค่าเป็น 10 เท่าของ $x + y$

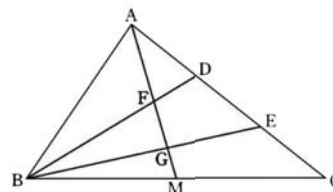
28. กุ๊งโบหนึ่งมีลูกบอลสีขาว 4 ลูกและสีดำ 8 ลูก ต้องการสุ่มหยิบลูกบอลออกจากถุงครั้งละหนึ่งลูกโดยไม่ใส่คืน จนลูกบอลหมดถุง พิจารณาเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีขาวครบทั้ง 4 ลูกหลังจากที่ได้หยิบลูกบอลออกมาแล้วอย่างน้อย 8 ลูก ถ้าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นี้เท่ากับ $\frac{p}{a}$ จงหาค่าของ $a + b$ (เมื่อ $\frac{p}{a}$ อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ)

29. จากรูป กำหนดให้ $DB = 2BC$, $\angle BAC = 15^\circ$ และ $\angle ABC = 120^\circ$



จงหาว่า $\angle ADB$ เท่ากับกี่องศา

30. กำหนดรูปสามเหลี่ยม ABC ดังรูป จุด M เป็นจุดกึ่งกลางด้าน BC จุด D และจุด E เป็นจุดที่แบ่งด้าน AC ออกเป็นสามส่วนเท่า ๆ กัน ส่วนของเส้นตรง AM ตัดส่วนของเส้นตรง BD และ BE ที่จุด F และ G ตามลำดับ



ถ้า $AF : FG : GM$ มีอัตราส่วนอย่างต่ำเป็น $a : b : c$ จงหาค่าของ $a + 2b + 3c$