



โครงการสอบประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์
Thailand Educational Development and Evaluation Tests (TEDET)

เฉลยแบบทดสอบ ประจำปี 2561

วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	13	16	26
2	1	17	16
3	14	18	8
4	1	19	45
5	19	20	1
6	18	21	8
7	4	22	4
8	5	23	337
9	2	24	3
10	12	25	375
11	5	26	78
12	8	27	2
13	23	28	8
14	67	29	2
15	50	30	189

แนวคิด

1. เนื่องจากจุด A, B, C และ D มีระยะห่างเท่า ๆ กัน

$$\text{คือ } \frac{25 - 17}{2} = 4$$

ดังนั้น จุด C แทน $17 + 4 = 21$

และ จุด A แทน $17 - 4 = 13$

2. จาก $\frac{B}{A} = 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$, $\frac{B}{C} = 1.2 = \frac{6}{5}$ และ $\frac{D}{C} = \frac{4}{5}$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{D}{A} = \frac{D}{C} \times \frac{C}{B} \times \frac{B}{A} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{2} = 1$$

3. $MN = AN - AM = 12 - 5 = 7$ หน่วย

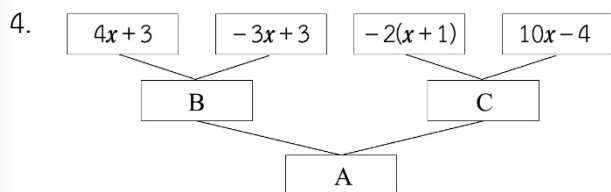
$$AC = AB + BC + (2 \times MB) + (2 \times BN)$$

$$= 2 \times (MB + BN)$$

$$= 2 \times MN$$

$$= 2 \times 7$$

$$= 14 \text{ หน่วย}$$



$$B = (4x + 3) + (-3x + 3) = x + 6$$

$$C = -2(x + 1) + (10x - 4) = 8x - 6$$

$$\therefore A = B + C = (x + 6) + (8x - 6) = 9x$$

5. จำนวนกลุ่มต้องหาร 280 และ 252 ลงตัว
ดังนั้น จำนวนกลุ่มที่มากที่สุดก็คือ ห.ร.ม. ของ
280 กับ 252

เนื่องจาก $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ และ $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$
จึงได้ว่า ห.ร.ม. คือ $2^2 \times 7 = 28$

ดังนั้น แต่ละกลุ่มจะมีนักเรียน

$$(280 + 252) \div 28 = 19 \text{ คน}$$

6. มีเส้นตรง 6 เส้น ได้แก่ \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} , \overline{BC} , \overline{BD} , \overline{CD}
และมีรังสี 12 เส้น ได้แก่ \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BA} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{CA} , \overrightarrow{AD} ,
 \overrightarrow{DA} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{CB} , \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{DB} , \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{DC}

จะได้ว่า $m = 6$ และ $n = 12$

ดังนั้น $m + n = 18$

7. อัลฟาโกะวางเม็ดหมากล้อมสี่ดำเม็ดที่ 211 ลงบน
ตำแหน่งที่มีพิกัดเป็น $(1, -9)$

8. ในช่วงแรกที่ว่านเดินด้วยอัตราเร็วสม่ำเสมอ
กราฟจะเป็นส่วนของเส้นตรงที่ชันกับแกนนอน
และในช่วงหลังที่ว่านเริ่มวิ่งด้วยอัตราเร็วสม่ำเสมอ
กราฟยังเป็นส่วนของเส้นตรงที่ชันกับแกนนอน
แต่จะอยู่ในตำแหน่งที่สูงขึ้น ดังกราฟในข้อ ③

9. เนื่องจาก $1_{\text{สอง}} = 1$, $10_{\text{สอง}} = 2$, $100_{\text{สอง}} = 4$,

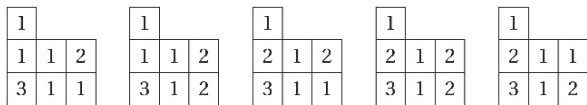
$$1000_{\text{สอง}} = 8, \quad 10000_{\text{สอง}} = 16$$

$$\text{และ } 29 = 16 + 8 + 4 + 1$$

ดังนั้น ตัมน้ำหนักที่ไม่ได้ใช้นั้นหนัก 2 กรัม

10. ทางเดินสั้นสุดตามเส้นขอบจากจุด A ไปยังจุด B มีได้ 2 เส้นทาง
 ในแต่ละวิธีจาก A ไป B จะมีทางเดินสั้นสุดตามเส้นขอบจากจุด B ไปยังจุด C ได้ 6 เส้นทาง
 ดังนั้น ทางเดินสั้นสุดตามเส้นขอบจาก A ผ่าน B ไปยัง C มีทั้งหมด $2 \times 6 = 12$ เส้นทาง

11. วางลูกบาศก์ได้แตกต่างกันทั้งหมด 5 แบบ ได้แก่



12. จาก $-\frac{3}{2} + \frac{1}{6} + \frac{7}{4} + a = -\frac{1}{2}$

จะได้ว่า $a = -\frac{6}{12} + \frac{18}{12} - \frac{21}{12} - \frac{21}{12} = -\frac{11}{12}$

จาก $\frac{1}{6} + \frac{7}{4} + a + b = -\frac{1}{2}$

จะได้ว่า $a + b = -\frac{6}{12} - \frac{21}{12} - \frac{21}{12} = -\frac{29}{12}$

จาก $b + c + \frac{7}{4} + d = -\frac{1}{2}$

จะได้ว่า $b + c + d = -\frac{6}{12} - \frac{21}{12} = -\frac{27}{12}$

$\therefore a + b - c - d = -a + \{2 \times (a + b)\} - (b + c + d)$

$= \frac{11}{12} + \{2 \times (-\frac{29}{12})\} + \frac{27}{12}$

$= -\frac{20}{12} = -\frac{5}{3}$

นั่นคือ $A = 5$ และ $B = 3$ ดังนั้น $A + B = 8$

13. จาก $4^{34} = (2^2)^{34} = 2^{68}$, $8^{18} = (2^3)^{18} = 2^{54}$,

$16^{12} = (2^4)^{12} = 2^{48}$, $32^9 = (2^5)^9 = 2^{45}$

จะได้ว่า จำนวนที่มีค่ามากที่สุดคือ 2^{68}

และจำนวนที่มีค่าน้อยที่สุดคือ 2^{45}

ดังนั้น $2^{68} \div 2^{45} = 2^{68-45} = 2^{23}$ นั่นคือ $x = 23$

14. $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ จึงได้ว่า $\langle 84 \rangle = 7$

$85 = 5 \times 17$ จึงได้ว่า $\langle 85 \rangle = 17$

$86 = 2 \times 43$ จึงได้ว่า $\langle 86 \rangle = 43$

ดังนั้น $\langle 84 \rangle + \langle 85 \rangle + \langle 86 \rangle = 7 + 17 + 43 = 67$

15. แบ่งกลุ่มเม็ดหมากล้อม

ดังตัวอย่างในรูปทางขวามือ

จะเห็นว่าในแต่ละกลุ่ม

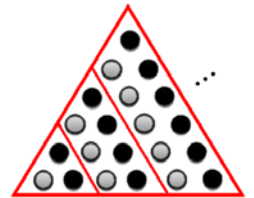
มีเม็ดหมากล้อมสีดำนอกกว่า

สีขาวอยู่ 1 เม็ด

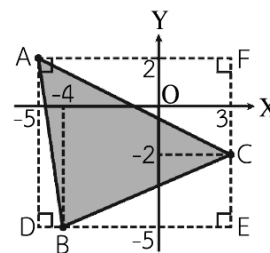
ดังนั้น ในรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่แต่ละด้าน

มีเม็ดหมากล้อม 100 เม็ด จะมีเม็ดหมากล้อมสีดำนอกกว่า

สีขาวอยู่ 50 เม็ด



16.



พื้นที่ของ $\triangle ABC$

$=$ พื้นที่ของ $\square ADEF$ - พื้นที่ของ $\triangle ADB$

$-$ พื้นที่ของ $\triangle BEC$ - พื้นที่ของ $\triangle CFA$

$= (8 \times 7) - \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 7\right) - \left(\frac{1}{2} \times 7 \times 3\right)$

$- \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 8\right)$

$= 56 - \frac{7}{2} - \frac{21}{2} - 16$

$= 26$ ตารางหน่วย

17. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีพื้นที่มากที่สุดคือ
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาว 5 เซนติเมตร
จึงมีพื้นที่ $5 \times 5 = 25$ ตารางเซนติเมตร
รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีพื้นที่น้อยที่สุดจะกว้าง
1 เซนติเมตร และยาว 9 เซนติเมตร
จึงมีพื้นที่ $1 \times 9 = 9$ ตารางเซนติเมตร
ดังนั้น รูปสี่เหลี่ยมทั้งสองรูปมีพื้นที่ต่างกัน
 $25 - 9 = 16$ ตารางเซนติเมตร

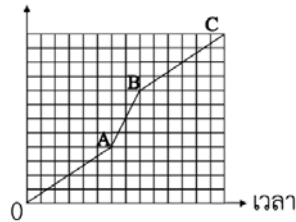
18. จาก $\frac{64}{63} = 1.015873015873\dots$
จะเห็นว่าเลขโดดหลังจุดทศนิยมจะซ้ำเป็นชุด ๆ
ชุดละ 6 ตัว คือ 0, 1, 5, 8, 7, 3
เนื่องจาก 88 หารด้วย 6 เหลือเศษ 4
ดังนั้น เลขโดดหลังจุดทศนิยมในตำแหน่งที่ 88 คือ 8

19. สมมติว่าลูกค้าใช้โทรศัพท์เดือนละ x นาที
ถ้าเลือกใช้โปรสตูว์วาว จะต้องจ่ายค่าโทรศัพท์
 $250 + 6x$ บาท
แต่ถ้าเลือกใช้โปรสตูว์คุ่ม จะต้องจ่ายค่าโทรศัพท์
 $100 + 12(x + 10)$ บาท
ค่าโทรศัพท์ของทั้งสองโปรจะเท่ากันเมื่อ
 $250 + 6x = 100 + 12(x - 10)$
 $6x = 270$
 $\therefore x = 45$
ดังนั้น ลูกค้าจะจ่ายค่าโทรศัพท์เท่ากันไม่ว่าจะเลือก
ใช้โปรโมชันใด เมื่อลูกค้าใช้โทรศัพท์เคลื่อนที่เดือนละ
45 นาที

20. เราทราบว่าผู้ต้องสงสัยหมายเลข 2 ดื่มน้ำส้ม
และผู้ต้องสงสัยหมายเลข 3 ไม่ได้ดื่มน้ำแอปเปิล
แสดงว่า ผู้ต้องสงสัยหมายเลข 1 ดื่มน้ำแอปเปิล
ซึ่งเป็นผู้ที่สวมหน้ากากแอมและเป็นคนร้าย

21. สมมติว่าแบ่งหน้าปัดนาฬิกาออกเป็น 12 ช่อง
เข็มชั่วโมงจะเคลื่อนที่ได้ 1 ช่อง
เมื่อเข็มนาฬิกาเคลื่อนที่ไป 12 ช่อง
นั่นคือ เข็มนาฬิกาเคลื่อนที่ได้มากกว่าเข็มชั่วโมง
11 ช่อง ในเวลา 60 นาที
เมื่อเวลา 7 นาฬิกา เข็มชั่วโมงตามหลังเข็มนาฬิกาอยู่
7 ช่อง และเข็มทั้งสองจะตั้งฉากกันเมื่อเข็มทั้งสอง
ห่างกัน 3 ช่อง กล่าวคือ จากเวลา 7 นาฬิกา
เข็มนาฬิกาเคลื่อนที่ได้มากกว่าเข็มชั่วโมง 4 ช่อง
หรือ 10 ช่อง ซึ่งเทียบได้เป็นเวลา $4 \times \frac{60}{11}$ นาที
หรือ $10 \times \frac{60}{11}$ นาที
ดังนั้น เข็มทั้งสองตั้งฉากกันที่เวลา 7 นาฬิกา
 $\frac{240}{11}$ นาที หรือ 7 นาฬิกา $\frac{600}{11}$ นาที
ฉะนั้น หมายเลขข้อที่เข็มทั้งสองตั้งฉากกันคือ
3 และ **5**
นั่นคือ $3 + 5 = 8$

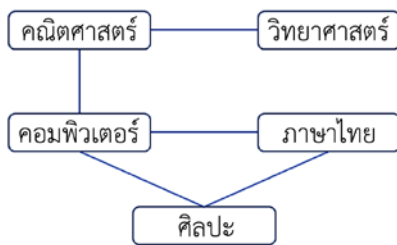
22. ระดับน้ำ



เนื่องจากภาชนะที่แคบจะทำให้ระดับน้ำเพิ่มขึ้น
ในอัตราสูงกว่าภาชนะที่กว้าง
ในช่วง OA และ BC ระดับน้ำเพิ่มขึ้นในอัตราเท่ากัน
ภาชนะส่วนหัวและส่วนท้ายจึงมีความกว้างเท่ากัน
แต่ในช่วง AB ระดับน้ำเพิ่มขึ้นในอัตราที่สูงกว่าช่วง
OA และ BC
แสดงว่าภาชนะในส่วนกลางแคบกว่าส่วนล่างและ
ส่วนบน จึงได้ลักษณะภาชนะดังข้อ ④

23. เมื่อเริ่มต้นจากจุดยอดที่มี 2 กำกับอยู่ แล้วกระโดดไปเรื่อย ๆ จะได้ลำดับของตัวเลขที่กำกับจุดยอดเป็น $2 \rightarrow (-5) \rightarrow 7 \rightarrow 4 \rightarrow (-1) \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow \dots$ นั่นคือ กบจะกระโดดวนซ้ำชุดเดิม (และครบทุกจุดยอด) ทุก ๆ การกระโดด 6 ครั้ง
- เนื่องจาก 202 หารด้วย 6 ได้ผลลัพธ์เป็น 33 กับเศษ 4 กบจึงกระโดดครบทุกจุดยอดทั้งหมด 33 รอบ และ 4 ครั้งสุดท้ายอยู่ที่จุดยอด $-5, 7, 4, -1$ จึงได้ผลบวกของจำนวนเต็มทุกตัวเป็น
- $$2 + [33 \times \{(-5) + 7 + 4 + (-1) + 3 + 2\}] + \{(-5) + 7 + 4 + (-1)\} = 337$$

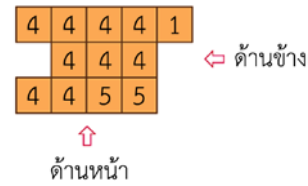
24. สร้างแผนผังของรายวิชาทั้งหมด โดยลากเส้นเชื่อมต่อสองรายวิชาใด ๆ ที่มีนักเรียนลงทะเบียนเรียนทั้งสองรายวิชา จากนั้นแบ่งคาบเรียนโดยการระบายสีให้กับแต่ละรายวิชา โดยรายวิชาที่มีเส้นเชื่อมต่อกันจะต้องระบายสีต่างกัน



พบว่าต้องใช้สีอย่างน้อย 3 สี จึงต้องจัดให้มีคาบเรียนอย่างน้อย 3 คาบ

25. \overline{BD} แบ่งครึ่งมุม CBA ดังนั้น $\angle CBD = 22.5^\circ$
- C และ G เป็นจุดศูนย์กลางของส่วนโค้งรัศมีเดียวกัน และตัดกันบน \overline{BE} จึงได้ว่า $\angle GCD = 60^\circ$
- ดังนั้น $\angle BDC = \angle GCD - \angle CBD = 37.5^\circ$
- จึงได้ว่า $10 \times \angle BDC = 375^\circ$

26. จำนวนลูกบาศก์ที่มากที่สุดที่วางต่อกันให้ได้รูปเรขาคณิตสามมิติตามที่กำหนด



- มีจำนวนลูกบาศก์ดังรูปด้านบน ซึ่งมีจำนวนลูกบาศก์ทั้งหมด $(9 \times 4) + 1 + (2 \times 5) = 47$ ลูก และสามารถวางลูกบาศก์เพิ่มอย่างน้อยที่สุดเพื่อให้เป็นลูกบาศก์ขนาด $5 \times 5 \times 5$ ได้
- ดังนั้น ต้องวางลูกบาศก์เพิ่มอย่างน้อย $125 - 47 = 78$ ลูก

27. จากแบบรูปการแทนจำนวนด้วยรูปภาพ

จะได้ว่า $= (5^2 \times 3) + (5 \times 1) + 2 = 82$

และ $= (5^3 \times 1) + (5 \times 3) + 2 = 142$

จึงได้ว่า $82 + \square = 142$

นั่นคือ $\square = 60 = (5^2 \times 2) + (5 \times 2)$

ซึ่งแทนได้ด้วย

28. จาก $AB + CB = 64$ จะเห็นว่า $B = 2$ หรือ 7 เท่านั้น
- จาก $AC \times AC = BBC$ จะได้ว่า $22C$ หรือ $77C$ เป็นจำนวนกำลังสองสมบูรณ์ ซึ่งมีเพียง $225 = 15^2$ เท่านั้น จึงได้ว่า $A = 1, B = 2$ และ $C = 5$
- ดังนั้น $A + B + C = 8$

29. เมื่อพิจารณาเลขโดดในหลักหน่วยของ
 $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, \dots$ จะได้เป็น 2, 4, 8, 6, 2, ...

ซึ่งวนซ้ำกันเป็นชุด ๆ ชุดละ 4 ตัว และ
 $2^{25} \times 4^{27} = 2^{25+(2 \times 27)} = 2^{79}$ จึงลงท้ายด้วย 8

เมื่อพิจารณาเลขโดดในหลักหน่วยของ
 $3^1, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, \dots$ จะได้เป็น 3, 9, 7, 1, 3, ...

ซึ่งวนซ้ำกันเป็นชุด ๆ ชุดละ 4 ตัว จึงได้ว่า
 3^{26} ลงท้ายด้วย 9

เนื่องจาก 8×9 ทหารด้วย 5 เหลือเศษ 2
 ดังนั้น $2^{25} \times 3^{26} \times 4^{27}$ ทหารด้วย 5 เหลือเศษ 2

30. A, B และ C จะมีค่าในแต่ละขั้นตอนของการคำนวณ
 ดังนี้

A	B	C
0	1	0
$0+1=1$	1×2	$0 + \frac{1}{1 \times 2}$
$1+1=2$	2×3	$0 + \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3}$
$2+1=3$	3×4	$0 + \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4}$
\vdots	\vdots	\vdots
$8+1=9$	9×10	$0 + \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{9 \times 10}$

$$\begin{aligned} \therefore C &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots \\ &\quad + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{9}\right) + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \end{aligned}$$

ฉะนั้น $210 \times C = 210 \times \frac{9}{10} = 189$