โครงการสอบประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

Thailand Educational Development and Evaluation Tests (TEDET)

เฉลยแบบทดสอบ ประจำปี 2561

วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	660	16	2
2	400	17	15
3	4	18	5
4	2	19	105
5	567	20	977
6	4	21	1
7	1	22	504
8	24	23	33
9	40	24	6
10	2	25	17
11	9	26	16
12	180	27	100
13	300	28	8
14	15	29	146
15	3	30	22

แนวคิด

1. เนื่องจาก $\triangle ABC \sim \triangle AB'C'$

จะได้ว่า $AB : BC = AB' : B'C'$

ดังนั้น $B'C' = BC \times \dfrac{AB'}{AB}$

$= 1.2 \times \dfrac{1.6 + 7.2}{1.6}$

$= 6.6$ เมตร

$= 660$ เซนติเมตร

2. $17.69^2 + (2 \times 17.69 \times 2.31) + 2.31^2$

$= (17.69 + 2.31)^2$

$= 20^2$

$= 400$

3. ให้รูปสี่เหลี่ยมคางหมูสูง h หน่วย

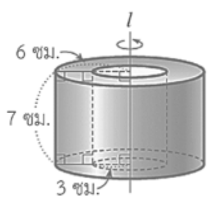
จะได้ว่า $\dfrac{1}{2} \times h \times (a - 2 + a + 6) = 3a^2 + 5a - 2$

นั่นคือ $h \times (a + 2) = (a + 2)(3a - 1)$

ดังนั้น $h = 3a - 1$ หน่วย

4. $\sqrt{(3a)^2} + 6\sqrt{b^2} - \sqrt{(-2b)^2} = -3a + 6b - (2b)$

$= -3a + 4a$

5. 

ทรงสามมิติที่ได้จากการหมุนระนาบตามที่กำหนดให้จะเป็นทรงกระบอกกลวงสูง 7 เซนติเมตร รัศมีภายนอก 6 เซนติเมตร รัศมีภายใน 3 เซนติเมตร จึงมีปริมาตร

$7 \times \pi \times (6^2 - 3^2) = 189\pi \approx 189 \times 3$

$= 567$ ลูกบาศก์เซนติเมตร

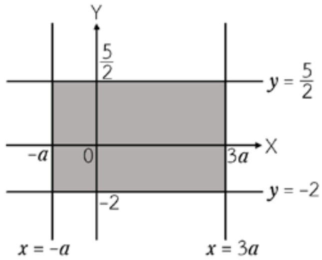
6. จาก $\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x-1} = \dfrac{a}{x^2 - 1}$

จะได้ว่า $\dfrac{2x}{x^2 - 1} = \dfrac{a}{x^2 - 1}$

นั่นคือ $x = \dfrac{a}{2}$ แต่ $x \neq \pm 1$ จึงได้ว่า $a \neq \pm 2$

ดังนั้น ผลบวกของค่าสัมบูรณ์ของ a คือ

$|2| + |-2| = 4$

7. 

บริเวณที่ล้อมรอบด้วยเส้นตรง 4 เส้นนี้

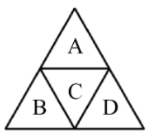
เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านที่ยาว $\dfrac{9}{2}$ หน่วย

และ $4|a|$ หน่วย

(ดังรูปตัวอย่างด้านบนในกรณี $a > 0$)

จึงได้ว่า $\dfrac{9}{2} \times 4|a| = 18$

ดังนั้น $|a| = 1$

8. 

เลือกสีมาระบายช่อง A ได้ 4 สี

ในแต่ละสีที่ระบายช่อง A เลือกสีมาระบายช่อง B ได้ 3 สี ($\because$ ใช้สีไม่ซ้ำ)

จึงเหลือสี 2 สี สำหรับช่อง C และ D

ซึ่งระบาย 2 ช่องนี้ ได้ 2 แบบ

ดังนั้น ระบายสีทั้ง 4 ช่อง ได้ $4 \times 3 \times 2 = 24$ แบบ

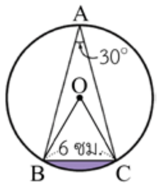
9. เนื่องจาก $391 = 20^2 - 3^2$

$= (20-3)(20+3)$

$= 17 \times 23$

จึงได้ผลบวกของจำนวนเฉพาะทั้งสองเป็น

$17 + 23 = 40$

10. 

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 60^\circ$

จึงได้ว่า BOC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

พื้นที่ส่วนแรเงา = พื้นที่เซกเตอร์ BOC − พื้นที่ $\triangle BOC$

$= \left(\frac{60}{360} \times \pi \times 6^2\right) - \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2\right)$

$= 6\pi - 9\sqrt{3}$ ตารางเซนติเมตร

11. กราฟที่แสดงเป็นพาราโบลาคว่ำ จึงได้ว่า $a < 0$

นอกจากนี้ พาราโบลามีจุดยอด (p, q) ในจตุภาคที่ 1

จึงได้ว่า $p > 0$ และ $q > 0$

ดังนั้น ข้อ $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ และ $\boxed{4}$ สรุปได้ถูกต้อง

จึงมีผลบวกเป็น $2 + 3 + 4 = 9$

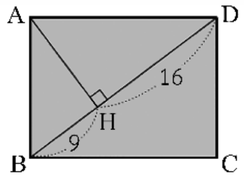
12. สมมติว่าผู้ที่ใช้เวลาตั้งแต่ 80 นาที แต่ไม่ถึง 100 นาที มีอยู่ x คน

จะได้ว่า ผู้ที่ใช้เวลาตั้งแต่ 60 นาที แต่ไม่ถึง 80 นาที จะมีอยู่ $2x - 4$ คน

ดังนั้น $8 + (2x-4) + x + 9 + 1 = 50$ นั่นคือ $x = 12$

ผู้ที่ใช้เวลาชมนิทรรศการนานที่สุดเป็นอันดับที่ 20 จึงจัดอยู่ในอันตรภาคชั้น ซึ่งใช้เวลาตั้งแต่ 80 นาที แต่ไม่ถึง 100 นาที

ดังนั้น $a + b = 80 + 100 = 180$

13. 

พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก AHB และ DHA

$\angle BAH + \angle HAD = 90^\circ = \angle HAD + \angle ADH$

นั่นคือ $\angle BAH = \angle ADH$

ดังนั้น $\triangle AHB \sim \triangle DHA$ จึงได้ว่า $\frac{AH}{BH} = \frac{DH}{AH}$

$\therefore\ AH = \sqrt{BH \times DH} = \sqrt{9 \times 16} = 12$ หน่วย

ดังนั้น พื้นที่ของ $\square ABCD = 2 \times$ พื้นที่ของ $\triangle BAD$

$= 2 \times \{\frac{1}{2} \times (9+16) \times 12\}$

$= 300$ ตารางหน่วย

14. เมื่อเรียง 3, 4, a, b, 7 จากค่าน้อยไปค่ามาก จะได้ตัวที่อยู่ตรงกลางเป็นมัธยฐาน ซึ่งมีค่าเป็น 6 และเนื่องจาก $a < b$

จึงสรุปได้ว่า $a = 6$

เมื่อเรียง 6, 7, b, 11 จากค่าน้อยไปค่ามาก จะได้ค่าเฉลี่ยของสองตัวกลางเป็นมัธยฐาน

ซึ่งมีค่าเป็น 8 จึงได้ว่า $\frac{1}{2}(7 + b) = 8$ นั่นคือ $b = 9$

$\therefore\ a + b = 6 + 9 = 15$

15. ในแต่ละครั้งที่เล่นเป่ายิงฉุบ ทั้งสองคนจะเดินขึ้นบันไดรวมกัน $3 + 1 = 4$ ขั้น

แอ๋มและนุ่นได้เดินขึ้นบันไดรวมกัน $24 + 16 = 40$ ขั้น แสดงว่าได้เล่นไปแล้ว 10 ครั้ง

ดังนั้น นุ่นเล่นชนะทั้งหมด

$\{16 - (10 \times 1)\} \div (3 - 1) = 3$ ครั้ง

16. สังเกตว่า $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2$

และ $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2$

เนื่องจาก $0<a<1$

จึงได้ว่า $\frac{1}{a}-1>0,\ a-\frac{1}{a}<0$ และ $a+\frac{1}{a}>0$

$$\therefore\ \sqrt{\left(\frac{1}{a}-1\right)^2}-2\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4}+\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4}$$

$$=\left(\frac{1}{a}-1\right)+2\left(a-\frac{1}{a}\right)+\left(a+\frac{1}{a}\right)$$

$$=3a-1$$

17. (1) รูป  มี 3 รูป

(2) รูป  มี 3 ขนาด ได้แก่

ขนาด	1 เท่า	2 เท่า	3 เท่า
จำนวนรูป	6	3	1

(3) รูป  และรูป  มีชนิดละ 1 รูป

ดังนั้น มีรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารวมทั้งหมด

$3+(6+3+1)+(1+1)=15$ รูป

18. เมื่อเวลาผ่านไป x วินาที

$PB=20-2x$ เซนติเมตร และ $BQ=3x$ เซนติเมตร

จึงได้ว่า พื้นที่ของ $\triangle PBQ$

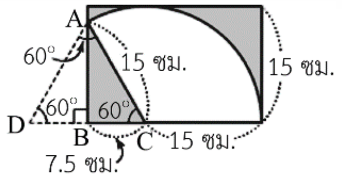
$$=\frac{1}{2}\times(20-2x)\times 3x$$

$$=30x-3x^2$$

$$=-3(x-5)^2+75 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ซึ่งจะมีค่ามากสุดเมื่อ $x=5$

นั่นคือ $\triangle PBQ$ จะมีพื้นที่มากที่สุดเมื่อเวลาผ่านไป 5 วินาที

19. 

ให้มุมที่จุดศูนย์กลางของกระดาษส่วนที่ตัดไปทำกรวยมีขนาด $x°$

จะได้ว่า $\frac{x}{360}\times 2\pi\times 15=2\pi\times 5$ นั่นคือ $x=120°$

ทำให้ $\angle ACB=60°$ จึงวาดรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ADC จะเห็นได้ว่า $BC=\frac{1}{2}\times DC$

$$=\frac{1}{2}\times AC$$

$$=7.5 \text{ เซนติเมตร}$$

$\therefore$ กระดาษที่เหลือมีพื้นที่

$$(15\times 22.5)-\left(\frac{120}{360}\times\pi\times 15^2\right)$$

$$\approx 337.5-\left(\frac{1}{3}\times 3.1\times 225\right)$$

$$=105 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

20. เนื่องจาก $\triangle PCD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ทำให้ $\triangle PAB$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วด้วย

นอกจากนี้ $\angle CPD=\angle APB$

จึงได้ว่า $\triangle PAB\sim\triangle PCD$

ให้ M และ N เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ตามลำดับ

$PN=\sqrt{PC^2-CN^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12$ เซนติเมตร

และ $PM=PN\times\frac{AB}{CD}=12\times\frac{8}{10}=\frac{48}{5}$ เซนติเมตร

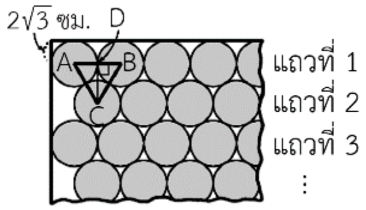
$\therefore$ พื้นที่ของ $\square ABCD=\frac{1}{2}\times\left(\frac{48}{5}+12\right)\times(8+10)$

$$=\frac{972}{5} \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ดังนั้น $x+y=972+5=977$

21. สมการกำลังสอง $ax^2+2x-b=0$ มีคำตอบเพียงค่าเดียว เมื่อ $2^2=4\times a\times(-b)$
นั่นคือ $ab=-1$ ซึ่งแสดงได้ด้วยกราฟในข้อ ①

22.



พิจารณาอาหารกระป๋องที่บรรจุลงในชั้นล่างสุดของกล่องใบนี้

ให้ A, B และ C เป็นจุดศูนย์กลางของหน้าตัดกระป๋อง 3 ใบ ที่วางติดกัน ดังรูป

$\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีด้านยาว $4\sqrt{3}$ เซนติเมตร

จึงได้ว่า $CD=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 4\sqrt{3}=6$ เซนติเมตร

สมมติว่าวางเรียงกระป๋องได้ชั้นละ x แถว

จะได้ว่า $2\sqrt{3}+6(x-1)+2\sqrt{3}\le 44\sqrt{3}$

นั่นคือ $x\le 1+\dfrac{20\sqrt{3}}{3}\approx 1+\dfrac{20\times 1.73}{3}\approx 12.53$

จึงวางเรียงกระป๋องได้มากสุดชั้นละ 12 แถว

แถวที่ 1 วางกระป๋องได้ $44\sqrt{3}\div 4\sqrt{3}=11$ ใบ

แต่แถวที่ 2 จะวางได้เพียง 10 ใบ เท่านั้น

ดังนั้น ในแต่ละชั้น จะวางเรียงกระป๋องลงไปได้ $6\times(11+10)=126$ ใบ และวางซ้อนได้ $44\sqrt{3}\div 11\sqrt{3}=4$ ชั้น

$\therefore$ บรรจุกระป๋องได้ $126\times 4=504$ ใบ

23. สมมติว่าผลิตสินค้า A และ B จำนวน x และ y ชิ้น ตามลำดับ จะได้กำไรทั้งสิ้น $7x+4y$ พันบาท

เมื่อพิจารณาพลังงานไฟฟ้าที่ใช้ จะได้ว่า

$20x+30y\le 150$

และเมื่อพิจารณาปริมาณเชื้อเพลิงที่ใช้ จะได้ว่า

$2x+y\le 9$

สังเกตว่า

$7x+4y=\dfrac{1}{40}[(20x+30y)+\{130\times(2x+y)\}]$

$\le\dfrac{1}{40}\{150+(130\times 9)\}=33$

ยิ่งกว่านี้ $x=y=3$ ทำให้ $20x+30y=150$ และ $2x+y=9$ และยังได้ $7x+4y=33$ พอดี

ดังนั้น จะได้กำไรจากการขายสินค้ามากที่สุด 33 พันบาท

24. จาก $a=\sqrt{3+\sqrt{3+\sqrt{3+\dots}}}$

จะได้ว่า $a=\sqrt{3+a}$ นั่นคือ $a^2-a=3$

จาก $b=\sqrt{2-\sqrt{2-\sqrt{2-\dots}}}$

จะได้ว่า $b=\sqrt{2-b}$ นั่นคือ $b^2+b=2$

ดังนั้น $ab(a-1)(b+1)=(a^2-a)(b^2+b)$

$=3\times 2$

$=6$

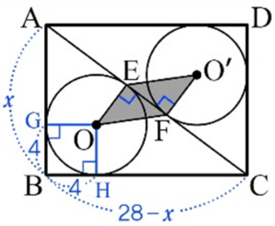
25. $m-n$ จะมีค่าน้อยที่สุดเมื่อ m มีค่าน้อยที่สุดที่เป็นไปได้และ n มีค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้

เนื่องจาก $120=2^3\times 3\times 5$ จึงได้ค่า m ที่น้อยที่สุดเป็น $m=2\times 3\times 5=30$

ต้องการให้ $750-50n=50, 100, 150, \dots, 700$ เป็นกำลังสองสมบูรณ์และมีค่าน้อยที่สุด

จึงได้ว่า $750-50n=100$ นั่นคือ $n=13$

$\therefore$ $m-n$ มีค่าน้อยที่สุดคือ $30-13=17$

26. 

ให้ $AB = x$ หน่วย จะได้ว่า

$BC = 28 - x$ หน่วย

$AC = AE + EC = AG + HC$

$= (x-4) + (28 - x - 4)$

$= 20$ หน่วย

ดังนั้น $x^2 + (28-x)^2 = 20^2 = 16^2 + 12^2$

นั่นคือ $(x^2 - 16^2) + \{(28-x)^2 - 12^2\} = 0$

จึงได้ว่า $(x-16)(x+16) + (16-x)(40-x) = 0$

ดังนั้น $(x-16)(2x-24) = 0 \quad \therefore\ x = 12$ หรือ 16

แต่ $AB < BC$ จึงได้ว่า $x = 12$

ฉะนั้น $EF = AC - AE - FC = 20 - 8 - 8 = 4$ หน่วย

$\therefore$ พื้นที่ของ $\square EOFO' = 2 \times (\frac{1}{2} \times EF \times EO)$

$= 16$ ตารางหน่วย

27. สมมติว่ามีข้อมูล $x_1, x_2, \ldots, x_n$

หากข้อมูลแต่ละตัวมีค่าเพิ่มขึ้น 50% และมีความถี่เพิ่มขึ้นเป็น 5 เท่า จะได้ว่า

$$m' = \frac{1}{5n}(5 \times 1.5x_1 + \ldots + 5 \times 1.5x_n)$$

$$= 1.5 \times \frac{1}{n}(x_1 + \ldots + x_n)$$

$$= 1.5m$$

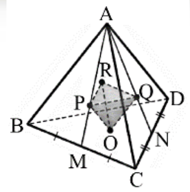
$$s' = \sqrt{\frac{1}{5n}\{5(1.5x_1 - m')^2 + \ldots + 5(1.5x_n - m')^2\}}$$

$$= 1.5 \times \sqrt{\frac{1}{n}\{(x_1 - m)^2 + \ldots + (x_n - m)^2\}}$$

$$= 1.5s$$

นั่นคือ ค่าเฉลี่ยและการกระจายเพิ่มขึ้น 50% ทั้งคู่

จึงได้ว่า $p + q = 50 + 50 = 100$

28. 

ให้เส้นขอบของทรงสี่หน้าปกติ ABCD มีความยาว a หน่วย พิจารณา $\triangle BCD$ จะเห็นว่า

$MN = \frac{1}{2} \times BD = \frac{a}{2}$ หน่วย

เนื่องจาก P และ Q เป็นจุดเซนทรอยด์ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

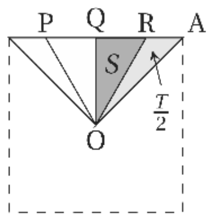
จึงได้ว่า $AP = \frac{2}{3} \times AM$ และ $AQ = \frac{2}{3} \times AN$

$\therefore\ PQ = \frac{2}{3} \times MN = \frac{a}{3}$ หน่วย

นั่นคือ ทรงสี่หน้าปกติ OPQR มีเส้นขอบยาวเป็น $\frac{1}{3}$ ของเส้นขอบของทรงสี่หน้าปกติ ABCD

ดังนั้น ทรงสี่หน้าปกติ OPQR จึงมีปริมาตรเป็น

$\left(\frac{1}{3}\right)^3 \times 216 = 8$ ลูกบาศก์หน่วย

29. 

จากรูป $\triangle POR$ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

ให้ $OR = 2a$ จะได้ว่า $RQ = a$

และ $AQ = OQ = \sqrt{3}\,a$

$$\therefore\ \frac{T}{2S} = \frac{\text{พื้นที่ของ } \triangle ROA}{\text{พื้นที่ของ } \triangle QOR} = \frac{AR}{QR} = \frac{AQ - RQ}{QR}$$

$$= \frac{\sqrt{3}a - a}{a} = \sqrt{3} - 1$$

ดังนั้น $100 \times \frac{T}{S} = 200 \times (\sqrt{3} - 1)$

$\approx 200 \times (1.73 - 1)$

$= 146$

30. จาก $\sqrt{(x+2)^2-11}<5$ จะได้ว่า $-8<x<4$

จึงได้ว่า $x=-7,\ -6,\ \ldots,\ 3$

จัดรูป $7x^2+(49-k)x-7k\geq 0$

เป็น $7x(x+7)\geq k(x+7)$

ซึ่งมี $x=-7$ เป็นคำตอบเสมอ

สำหรับ $x=-6,\ -5,\ \ldots,\ 3$ จะเห็นว่า $x+7>0$

อสมการข้างต้นจึงลดรูปเหลือ $7x\geq k$

จาก $x=-7$ เป็นคำตอบเพียงตัวเดียว

จึงสรุปได้ว่า $k>21$ (มิฉะนั้น $x=3$ จะเป็นคำตอบด้วย)

ดังนั้น จำนวนเต็ม k ที่น้อยที่สุดคือ 22