



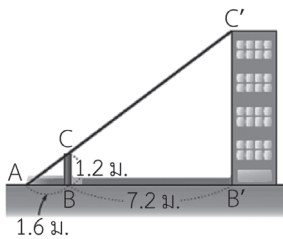
การประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ประจำปี 2561 (TEDET)
วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ชื่อ-นามสกุล	โรงเรียน
--------------	----------

คำชี้แจง

- ข้อสอบคณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 30 ข้อ
- กรณีข้อสอบเป็นแบบมีตัวเลือก ให้ตอบหมายเลขข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว
- กรณีข้อสอบต้องคำนวณหาคำตอบ คำตอบที่ได้จะเป็นจำนวนที่มีไม่เกิน 3 หลักเท่านั้น คือ หลักหน่วย หลักสิบ และหลักร้อย
- เวลาในการทำข้อสอบคณิตศาสตร์ 90 นาที

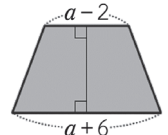
1. จากรูป เสาของอาคารแห่งหนึ่งทอดยาวไปถึงจุด A ให้จุด B' และ C' เป็นฐานและยอดของอาคารแห่งนี้ ตามลำดับ จุด B เป็นจุดบนส่วนของเส้นตรง AB' โดยที่ AB = 1.6 เมตร และ BB' = 7.2 เมตร



เมื่อนำแท่งไม้ยาว 1.2 เมตร ไปวางตั้งไว้ที่จุด B ปรากฏว่าปลายไม้อยู่บนส่วนของเส้นตรง AC'พอดี จงหาว่าอาคารแห่งนี้สูงกี่เซนติเมตร

2. จงหาค่าของ $17.69^2 + (2 \times 17.69 \times 2.31) + 2.31^2$

3. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ดังรูป ถ้ารูปสี่เหลี่ยมคางหมูรูปนี้มีพื้นที่ $3a^2 + 5a - 2$ ตารางหน่วย



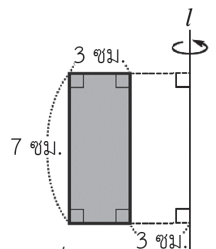
- ข้อใดต่อไปนี้เป็นความสูงของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูรูปนี้
- ① $a - 1$ หน่วย ② $a + 2$ หน่วย
 ③ $2a + 4$ หน่วย ④ $3a - 1$ หน่วย
 ⑤ $3a + 2$ หน่วย

4. กำหนดให้ $a < 0$ และ $b > 0$

จงหาว่า $\sqrt{(3a)^2 + 6\sqrt{b^2} - \sqrt{(-2b)^2}}$ มีค่าเท่ากับนิพจน์ในข้อใดต่อไปนี

- ① $-3a - 4b$ ② $-3a + 4b$ ③ $-3a + 8b$
 ④ $3a + 4b$ ⑤ $3a + 8b$

5. ทรงสามมิติที่ได้จากการหมุนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่แรเงาในรูปด้านขวามือ 1 รอบ โดยมีเส้นตรง l เป็นแกนหมุน จะมีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

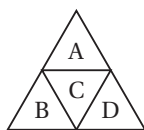


(กำหนดให้ อัตราส่วนของเส้นรอบวงของวงกลมต่อเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเป็น 3)

6. จงหาผลบวกของค่าสัมบูรณ์ของ a ทุกตัวที่ทำให้สมการ $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{a}{x^2-1}$ ไม่มีคำตอบ

7. ถ้าบริเวณในระนาบพิกัดฉากที่ล้อมรอบด้วยเส้นตรง $2y-5=0$, $x-3a=0$, $y=-2$ และ $x+a=0$ มีพื้นที่ 18 ตารางหน่วย
จงหาค่าสัมบูรณ์ของ a

8. มีกระดาษตารางรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีตัวอักษร A, B, C และ D เขียนกำกับไว้ ดังรูป



ใช้สี 4 สีระบายแต่ละช่อง ช่องละ 1 สี โดยใช้สีไม่ซ้ำกัน จงหาว่ากระดาษที่ระบายสีเสร็จแล้วมีแตกต่างกันได้กี่แบบ

9. ระบบการเข้ารหัสด้วยกุญแจสาธารณะมีไว้เพื่อป้องกันการรั่วไหลของข้อมูลสำคัญ โดยอาศัยกุญแจ 2 ชุด ได้แก่

- กุญแจสาธารณะ ไม่เป็นความลับ จึงสามารถเปิดเผยให้ใครทราบก็ได้ ใช้สำหรับการเข้ารหัส
- กุญแจส่วนตัว เป็นความลับส่วนบุคคล ใช้สำหรับการถอดรหัส

ระบบการเข้ารหัสด้วยกุญแจสาธารณะที่นิยมใช้กันทั่วไปเรียกว่าระบบ RSA ซึ่งอาศัยหลักการเกี่ยวกับผลคูณของจำนวนเฉพาะ ดังนี้

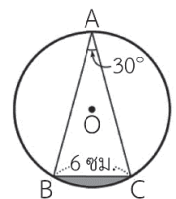
เป็นการง่ายที่จะหาผลคูณของจำนวนเฉพาะสองตัว แต่เป็นการยากที่จะแยกผลคูณออกเป็นจำนวนเฉพาะสองตัว
ตัวอย่าง การแยกผลคูณ 143 ออกเป็นจำนวนเฉพาะสองตัว
 $143 = 12^2 - 1^2 = (12 - 1)(12 + 1) = 11 \times 13$

ระบบ RSA จึงเลือกจำนวนเฉพาะสองตัว (ในทางปฏิบัติจะเลือกจำนวนเฉพาะที่มีค่าสูงมาก) ให้เป็นกุญแจส่วนตัว แล้วกำหนดกุญแจสาธารณะให้เป็นผลคูณของจำนวนเฉพาะสองตัวนี้

ถ้าทราบว่ากุญแจสาธารณะคือ 391

จงหาผลบวกของจำนวนเฉพาะสองตัวที่เป็นกุญแจส่วนตัว

10. ให้รูปสามเหลี่ยม ABC แนบในวงกลม O ดังรูป โดยที่ $\angle BAC = 30^\circ$ และ $BC = 6$ เซนติเมตร



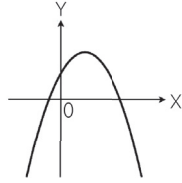
ข้อใดเป็นพื้นที่ของส่วนที่แรเงา

- ① $6\pi - 3\sqrt{3}$ ตารางเซนติเมตร
- ② $6\pi - 9\sqrt{3}$ ตารางเซนติเมตร
- ③ $9\pi - 3\sqrt{3}$ ตารางเซนติเมตร
- ④ $9\pi - 6\sqrt{3}$ ตารางเซนติเมตร
- ⑤ $12\pi - 9\sqrt{3}$ ตารางเซนติเมตร

11. กำหนดให้พาราโบลา

$$y = a(x - p)^2 + q$$

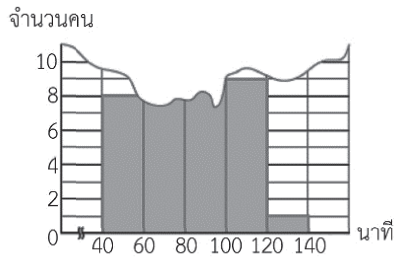
มีกราฟดังแสดงในรูป



จงหาผลบวกของหมายเลขข้อ
หน้าข้อความที่เป็นจริง

- | | |
|----------------|-------------------|
| ① $q - ap < 0$ | ② $p + q - a > 0$ |
| ③ $a - pq < 0$ | ④ $apq < 0$ |

12. พิพิธภัณฑ์แห่งหนึ่งสำรวจระยะเวลาในการชม
นิทรรศการของผู้เข้าชม ผลการสำรวจแสดงได้
ด้วยฮิสโทแกรมที่มีบางส่วนขาดหายไป ดังรูป



กำหนดให้ผู้เข้าชมนิทรรศการมีทั้งหมด 50 คน
โดยผู้ที่ใช้เวลาตั้งแต่ 60 นาที แต่ไม่ถึง 80 นาที
มีจำนวนน้อยกว่า 2 เท่าของผู้ที่ใช้เวลาตั้งแต่ 80 นาที
แต่ไม่ถึง 100 นาที อยู่ 4 คน

ถ้าผู้ที่ใช้เวลาชมนิทรรศการนานที่สุดเป็นอันดับที่ 20
จัดอยู่ในอันดับภาคชั้นซึ่งใช้เวลาตั้งแต่ a นาที
แต่ไม่ถึง b นาที

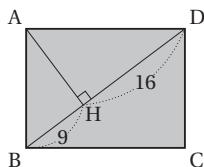
จงหาค่าของ $a + b$

13. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ABCD มี $AH \perp BD$ ดังรูป

ถ้า $BH = 9$ หน่วย

และ $HD = 16$ หน่วย



จงหาว่ารูปสี่เหลี่ยม ABCD มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

14. ให้ a และ b เป็นจำนวนนับ โดยที่ $a < b$

ข้อมูล 3, 4, a , b , 7 มีมัธยฐานเป็น 6

ข้อมูล 7, a , b , 11 มีมัธยฐานเป็น 8

จงหาค่าของ $a + b$

15. แอมและนุ่นเล่นเป่ายางฉุบกัน โดยในแต่ละครั้งที่เล่น
คนที่ชนะจะเดินขึ้นบันไดอีก 3 ชั้น และคนที่แพ้จะเดิน
ขึ้นบันไดไปอีก 1 ชั้น

หลังจากที่ทั้งสองคนได้เล่นเป่ายางฉุบกันไปสักพักหนึ่ง
ปรากฏว่าแอมได้เดินขึ้นบันไดสูงจากเดิมอีก 24 ชั้น
และนุ่นได้เดินขึ้นบันไดสูงจากเดิมอีก 16 ชั้น

สมมติว่าไม่มีกรณีที่เป่ายางฉุบเสมอกันเลย
จงหาว่านุ่นเล่นเป่ายางฉุบชนะทั้งหมดกี่ครั้ง

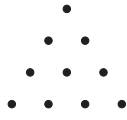
16. กำหนดให้ $0 < a < 1$ จงหาว่า

$$\sqrt{\left(\frac{1}{a} - 1\right)^2} - 2\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4}$$

มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

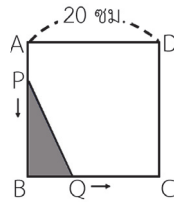
- ① $a - 3$ ② $3a - 1$ ③ $-a$
④ $-a + 1$ ⑤ $-3a + 3$

17. มีจุด 10 จุด ที่เรียงเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีระยะห่างระหว่างจุดสม่ำเสมอ ดังรูป



จงหาว่า จะลากเส้นเชื่อมจุด 3 จุด ให้เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าได้ทั้งหมดกี่รูป

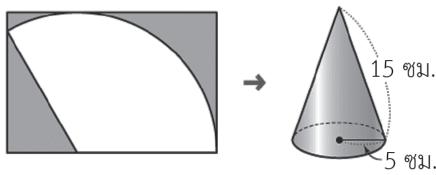
18. กำหนด ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาว 20 เซนติเมตร จุด P อยู่บน \overline{AB} และเคลื่อนที่จากจุด A ไปหาจุด B ด้วยอัตราเร็ว 2 เซนติเมตรต่อวินาที



จุด Q อยู่บน \overline{BC} และเคลื่อนที่จากจุด B ไปหาจุด C ด้วยอัตราเร็ว 3 เซนติเมตรต่อวินาที

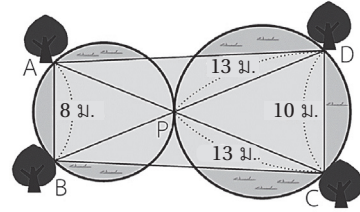
ถ้าจุด P และจุด Q เริ่มต้นออกเคลื่อนที่พร้อม ๆ กัน จงหาว่ารูปสามเหลี่ยม PBQ จะมีพื้นที่มากที่สุดหลังจากจุดทั้งสองเคลื่อนที่ไปแล้วกี่วินาที

19. ตัดกระดาษรูปเซกเตอร์ของวงกลมออกจากกระดาษรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แล้วนำมาสร้างเป็นกรวย ดังรูป



จงหาว่ากระดาษส่วนที่เหลือของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร (กำหนดให้ อัตราส่วนของเส้นรอบวงของวงกลมต่อเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเป็น 3.1)

20. ออกแบบสวนหย่อมให้เป็นวงกลม 2 วง ที่สัมผัสกันที่จุด P แล้วปลูกต้นไม้ใหญ่ที่จุด A, B, C และ D ดังรูป โดยที่ $AC = BD$, $AB = 8$ เมตร, $CD = 10$ เมตร และ $PC = PD = 13$ เมตร

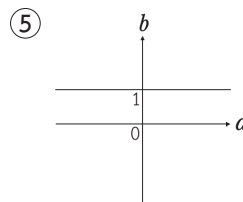
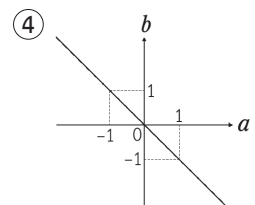
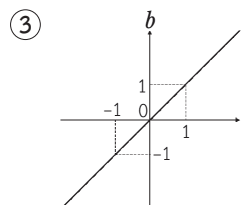
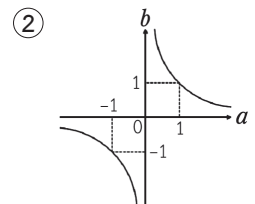
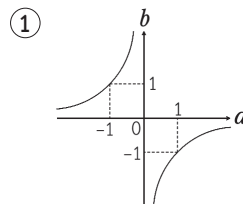


ถ้ารูปสี่เหลี่ยม ABCD มีพื้นที่ $\frac{x}{y}$ ตารางเมตร

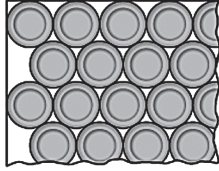
โดยที่ $\frac{x}{y}$ อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ

จงหาค่าของ $x + y$

21. ถ้าสมการกำลังสอง $ax^2 + 2x - b = 0$ มีคำตอบ x เพียงค่าเดียวเท่านั้น แล้วความสัมพันธ์ระหว่าง a กับ b แสดงได้ด้วยกราฟในข้อใดต่อไปนี้



22. อาหารกระป๋องชนิดหนึ่งบรรจุอยู่ในกระป๋องทรงกระบอกที่มีรัศมี $2\sqrt{3}$ เซนติเมตร และสูง $11\sqrt{3}$ เซนติเมตร นำอาหารกระป๋องชนิดนี้ตั้งเรียงลงในกล่องลูกบาศก์ที่มีด้านยาว $44\sqrt{3}$ เซนติเมตร ในลักษณะที่แสดงให้เห็นเพียงบางส่วนดังรูป



จงหาว่าจะบรรจุอาหารกระป๋องชนิดนี้ลงในกล่องได้มากที่สุดกี่ใบ
(ไม่ต้องคำนึงถึงความหนาของกล่องลูกบาศก์ และกำหนดให้ $\sqrt{3} \approx 1.73$)

23. โรงงานแห่งหนึ่งต้องการผลิตสินค้า A และสินค้า B โดยมีข้อมูลของพลังงานไฟฟ้าและปริมาณเชื้อเพลิงที่ใช้ในการผลิตสินค้าแต่ละชนิด รวมทั้งกำไรจากการขายสินค้าแต่ละชนิด ดังตารางต่อไปนี้

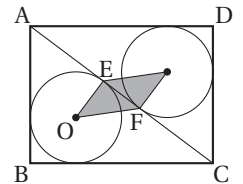
สินค้า	พลังงานไฟฟ้า (หน่วยต่อชิ้น)	เชื้อเพลิง (กิโลกรัมต่อชิ้น)	กำไร (บาทต่อชิ้น)
A	20	2	7,000
B	30	1	4,000

กำหนดให้ใช้พลังงานไฟฟ้าได้ไม่เกิน 150 หน่วย และใช้เชื้อเพลิงได้ในปริมาณไม่เกิน 9 กิโลกรัม จงหาว่าจะได้กำไรจากการขายสินค้ามากที่สุดกี่พันบาท

24. กำหนดให้ $a = \sqrt{3 + \sqrt{3 + \sqrt{3 + \dots}}}$
และ $b = \sqrt{2 - \sqrt{2 - \sqrt{2 - \dots}}}$
จงหาค่าของ $ab(a-1)(b+1)$

25. ให้ m และ n เป็นจำนวนนับที่ทำให้ $\sqrt{120m}$ และ $\sqrt{750 - 50n}$ เป็นจำนวนนับ
จงหาว่า $m - n$ มีค่าน้อยที่สุดที่เป็นไปได้เท่ากับเท่าใด

26. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ABCD มีความยาวรอบรูป 56 หน่วย วงกลม O และ O' มีรัศมี 4 หน่วย และแนบใน $\triangle ABC$ และ $\triangle ACD$ ตามลำดับ ดังรูป



ให้ \overline{AC} สัมผัสวงกลม O และ O' ที่จุด E และ F ตามลำดับ จงหาว่ารูปสี่เหลี่ยม EOFO' มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย (กำหนดให้ $AB < BC$)

27. กำหนดค่าเฉลี่ย m และการกระจาย s ของข้อมูล x_1, x_2, \dots, x_n ใด ๆ ดังนี้

$$m = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n}\{(x_1 - m)^2 + (x_2 - m)^2 + \dots + (x_n - m)^2\}}$$

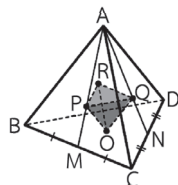
ถ้ามีข้อมูลที่อยู่ในรูปตารางแจกแจงความถี่ ดังนี้

ข้อมูล	a	b	c	d
ความถี่	1	2	2	1

หากข้อมูลแต่ละตัวมีค่าเพิ่มขึ้น 50% และมีความถี่เพิ่มขึ้นเป็น 5 เท่า ทำให้ค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้น $p\%$ และการกระจายเพิ่มขึ้น $q\%$

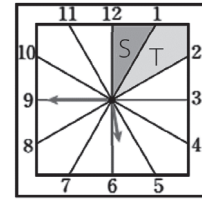
จงหาค่าของ $p + q$

28. ทรงสี่หน้าปกติ ABCD มีปริมาตร 216 ลูกบาศก์หน่วย ให้จุด O, P, Q และ R เป็นจุดศูนย์กลางของแต่ละหน้าของทรงสี่หน้าปกตินี้



จงหาว่าทรงสี่หน้าปกติ OPQR มีปริมาตรกี่ลูกบาศก์หน่วย

29. นาฬิกาเรือนหนึ่งมีหน้าปัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังรูป



ให้บริเวณรูปสามเหลี่ยมระหว่างเวลา 12 นาฬิกา กับ 1 นาฬิกา มีพื้นที่ S ตารางหน่วย

และให้บริเวณรูปสี่เหลี่ยมระหว่างเวลา 1 นาฬิกา กับ 2 นาฬิกา มีพื้นที่ T ตารางหน่วย

จงหาค่าของ $100 \times \frac{T}{S}$

(กำหนดให้ใช้ค่า 1.73 แทน $\sqrt{3}$)

30. ให้ k เป็นจำนวนเต็มที่ทำให้มีจำนวนเต็ม x เพียงตัวเดียวเท่านั้นที่สอดคล้องสมการต่อไปนี้

$$\sqrt{(x+2)^2 - 11} < 5 \text{ และ } 7x^2 + (49-k)x - 7k \geq 0$$

จงหาค่า k ที่น้อยที่สุดที่เป็นไปได้