



โครงการสอบประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์
Thailand Educational Development and Evaluation Tests (TEDET)

เฉลยแบบทดสอบ ประจำปี 2562 สอบ All Star Intelligent Contest

วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	255	16	328
2	60	17	390
3	84	18	106
4	760	19	194
5	7	20	14
6	484	21	98
7	4	22	10
8	50	23	81
9	51	24	19
10	38	25	150
11	23	26	14
12	91	27	582
13	953	28	371
14	334	29	4
15	338	30	110

Powered by



1. คัดย่อนกลับ ดังตาราง

คนยากไร้ คนที่	ลูกอมที่ให้ (เม็ด)	ลูกอมที่เหลือ (เม็ด)
7	2	1
6	4	3
5	8	7
4	16	15
3	32	31
2	64	63
1	128	127
แรกเริ่ม		255

∴ เดิมนาตาลี่มีลูกอมอยู่ 255 เม็ด

2. ให้ $\square = \angle BAC$ จะได้ว่า $\angle BEC = 2 \times \square$

$$\angle ABC + \angle ACB = 2 \times (\angle EBC + \angle ECB)$$

$$\Rightarrow 180^\circ - \square = 2 \times (180^\circ - 2 \times \square)$$

$$\Rightarrow \square = 60^\circ$$

3. ไดโอฟานทอสมีชีวิตอยู่จนถึงอายุ x ปี จะได้ว่า

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + \frac{1}{2}x + 4 = x$$

คุณทั้งสองข้างของสมการด้วย 84 จะได้ว่า

$$14x + 7x + 12x + 420 + 42x + 336 = 84x$$

$$\text{นั่นคือ } 9x = 756 \Rightarrow x = 84$$

4. ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากเล็กยาว

$$\frac{10}{3} \text{ เซนติเมตร กว้าง } 4 \text{ เซนติเมตร}$$

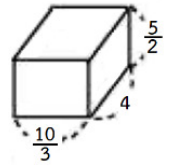
และสูง $\frac{5}{2}$ เซนติเมตร จึงมีพื้นที่ผิว

$$2 \times \left(\left(\frac{10}{3} \times 4 \right) + \left(4 \times \frac{5}{2} \right) + \left(\frac{10}{3} \times \frac{5}{2} \right) \right)$$

$$= \frac{190}{3} \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

มีทรงสี่เหลี่ยมเล็กอยู่ 12 ลูก จึงมีพื้นที่ผิวรวมกัน

$$12 \times \frac{190}{3} = 760 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$



$$5. a = \frac{\left(\sqrt{x} + \sqrt{y} \right)^2}{\left(\sqrt{x} - \sqrt{y} \right)^2} = \frac{x + y + 2\sqrt{xy}}{x + y - 2\sqrt{xy}}$$

$$= \frac{8 + 2 \times 3}{8 - 2 \times 3} = 7$$

$$6. AB + BA = (10 \times A + B) + (10 \times B + A)$$

$$= 11 \times (A + B)$$

เป็นจำนวนกำลังสองสมบูรณ์

เนื่องจาก $2 \leq A + B \leq 18$ จึงได้ว่า $A + B = 11$

$$\text{และ } AB + BA = 11 \times 11 = 121$$

ซึ่งมี (AB, BA) ทั้งหมด 4 คู่ ได้แก่ $(29, 92),$

$(38, 83), (47, 74), (56, 65)$ (สลับลำดับภายในคู่ได้)

ดังนั้น ผลรวมของ AB ทั้งหมด เท่ากับ

$$4 \times 121 = 484$$

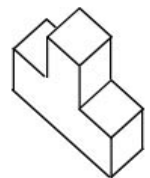
7. เมื่อพับรูปตามเส้นประ

จะได้รูปเรขาคณิตสามมิติดังรูป

ซึ่งประกอบด้วยลูกบาศก์ที่มีด้านยาว

1 เซนติเมตร จำนวน 4 ลูก

จึงมีปริมาตร 4 ลูกบาศก์เซนติเมตร



8. มินชนะจนทั้งหมด $15 - a - b$ ครั้ง จึงได้ว่า
 $5 \times (15 - a - b) + (-2) \times b + 1 \times a = 25$
 $\rightarrow 4a + 7b = 50$

9. นับลูกบาศก์ที่ทำสี่เพียงสองหน้าในแต่ละชั้น โดยเริ่มจากชั้นล่างสุดก่อน ได้ดังตาราง

ชั้นที่	จำนวน
1	16
2	8
3	5
4	10
5	4
6	8
รวม	51

10. คำนวณเปอร์เซ็นต์ของพื้นที่ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่มีฝนตกและไม่ตก ได้ดังตาราง

	ฝนตกวันนี้	ฝนไม่ตกวันนี้	รวม
ฝนตกพรุ่งนี้	$20\% \times 30\% = 6\%$	$80\% \times 30\% = 24\%$	30%
ฝนไม่ตกพรุ่งนี้	$20\% \times 70\% = 14\%$	$80\% \times 70\% = 56\%$	70%
รวม	20%	80%	100%

ดังนั้น พื้นที่ที่มีฝนตกในวันนี้หรือวันพรุ่งนี้ เพียงวันใดวันหนึ่ง คิดเป็น $14\% + 24\% = 38\%$

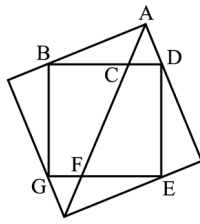
11. จำนวนนับที่มีตัวประกอบ 3 จะอยู่ในรูป $3^3 \times A$ โดยที่ A ไม่มี 3 เป็นตัวประกอบ ต้องการจำนวนนับที่มีสามหลัก จึงได้
 $100 \leq 3^3 \times A \leq 999$
 นั่นคือ $4 \leq A \leq 37$ ซึ่งมี 34 ตัว แต่มี $A = 6, 9, \dots, 36$ ที่มี 3 เป็นตัวประกอบ จึงเหลือ A ที่ต้องการเพียง $34 - 11 = 23$ ตัว

12. เนื่องจาก $\frac{9 \times A}{65} = \frac{9 \times A}{5 \times 13}$
 และ $\frac{15 \times A}{56} = \frac{15 \times A}{7 \times 8}$
 จึงได้ว่า A ต้องมี 13 และ 7 เป็นตัวประกอบ ดังนั้น จำนวนนับ A ที่น้อยที่สุด คือ $13 \times 7 = 91$

13. ให้ n เป็นจำนวนนับที่สอดคล้องกับเงื่อนไขทุกข้อ ในโจทย์ เนื่องจาก $2 - 8, 3 - 8, 1 - 8$ หารด้วย 3, 5, 7 ลงตัว ตามลำดับ ฉะนั้น $n - 8$ จะหารด้วย 3, 5, 7 ลงตัว นั่นคือ $n - 8$ หารด้วย $3 \times 5 \times 7 = 105$ ลงตัว ดังนั้น จำนวนนับที่มีสามหลักที่มากที่สุด คือ $105 \times 9 + 8 = 953$

14. d จะหาร $1408 - 1050 = 358$
 และ $2303 - 1408 = 895$ ลงตัว
 เนื่องจาก ห.ร.ม. ของ 358 กับ 895 คือ 179
 จึงได้ว่า d หาร 179 ลงตัว
 แต่ 179 เป็นจำนวนเฉพาะ และ $d > 1$
 จึงได้ว่า $d = 179$
 จาก $1050 = 179 \times 5 + 155$ จึงได้ว่า $r = 155$
 $\rightarrow d + r = 179 + 155 = 334$

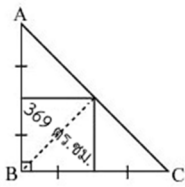
15. สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส BGED แล้วสร้างรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการกับ $\triangle ABD$ บนแต่ละด้านของ $\square BGED$ ดังรูป



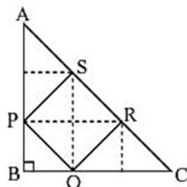
เส้นตรง AF จะแบ่ง $\square BGED$ ออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กัน

$$\begin{aligned} \rightarrow [\square CFED] &= \frac{1}{2} \times [\square BGED] \\ &= \frac{1}{2} \times 26^2 \\ &= 338 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

16. แบ่งรูปทั้งสองรูปด้วยเส้นประ ดังรูป



รูป 1



รูป 2

จากรูป 1: $[\triangle ABC] = 2 \times 369$
 $= 738$ ตารางหน่วย

จากรูป 2: $[\square PQRS] = \frac{4}{9} \times 738$
 $= 328$ ตารางหน่วย

17. มีบัตรที่กาไม่เห็นด้วยอยู่ 48%
 จึงมีบัตรที่กาเห็นด้วยอยู่ $(100 - 48)\% = 52\%$
 บัตรที่กาเห็นด้วยมีมากกว่าบัตรที่กาไม่เห็นด้วยอยู่ $(52 - 48)\% = 4\%$ คิดเป็นจำนวน 30 ใบ
 จึงมีบัตรทั้งหมด $30 \div \frac{4}{100} = 750$ ใบ
 และเป็นบัตรที่กาเห็นด้วย $750 \times \frac{52}{100} = 390$ ใบ

18. ช่วง 14 : 45 น. ถึง 15 : 15 น. เป็นระยะเวลา 30 นาที ระดับน้ำสูงขึ้น $70 - 30 = 40$ เซนติเมตร
 ช่วง 15 : 15 น. ถึง 15 : 42 น. เป็นระยะเวลา 27 นาที ระดับน้ำสูงขึ้น $40 \times \frac{27}{30} = 36$ เซนติเมตร
 เมื่อเวลา 15 : 42 น. น้ำจึงสูงจากก้นบ่อ $70 + 36 = 106$ เซนติเมตร

19. ข้อมูลที่มีเลขโดด 4 ปรากฏในหลักแรกมีอยู่ 9.7%
 คิดเป็นจำนวน $2,000 \times \frac{9.7}{100} = 194$ ตัว

20. แสดงกรณีที่เป็นไปได้ ได้ดังตาราง

a	1	2	3	4	5	6
b	1, 2, 3, 4, 5, 6	2, 4, 6	3, 6	4	5	6

ซึ่งมีทั้งหมด $6 + 3 + 2 + 1 + 1 + 1 = 14$ กรณี

21. เนื่องจาก $112 = 16 \times 7$ ดังนั้น $n = 7 \times m^2$
 โดยที่ m เป็นจำนวนนับ ซึ่งจะได้ว่า $\frac{\sqrt{112}}{\sqrt{n}} = \frac{4}{m}$
 จึงได้ $m = 1, 2, 3$ และ n มีผลบวกเท่ากับ $7 \times (1^2 + 2^2 + 3^2) = 98$

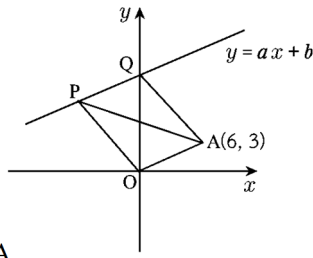
22. พื้นที่ของ $\triangle OAP$

ไม่ขึ้นกับตำแหน่ง

ของจุด P แสดงว่า

จุด P อยู่บนเส้นตรง

ที่ขนานกับเส้นตรง OA



$$\therefore a = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

และเส้นตรงนี้ตัดแกน y ที่จุด $Q(0, b)$ ดังรูป

$$[\triangle QOA] = [\triangle POA] = 60 \text{ ตารางหน่วย}$$

$$\text{จึงได้ว่า } \frac{1}{2} \times b \times 6 = 60 \Rightarrow b = 20$$

$$\therefore a \times b = \frac{1}{2} \times 20 = 10$$

23.

วัน	เมื่อวาน	วันนี้	รวมสองวัน
ขนมปังไส้ถั่วแดง (ชิ้น)	$6x$	$3y$	$6x + 3y$
ขนมปังไส้ถั่วครีม (ชิ้น)	$7x$	$4y$	$7x + 4y$

$$(6x + 3y) : (7x + 4y) = 4 : 5$$

$$5 \times (6x + 3y) = 4 \times (7x + 4y)$$

$$2x = y$$

ขายขนมปังรวมสองวันได้

$$(6x + 3y) + (7x + 4y) = 13x + 7y$$

$$= 13x + 7 \times 2x$$

$$= 27x \text{ ชิ้น}$$

$$\text{ต้องการให้ } 70 \leq 27x < 100 \Rightarrow x = 3$$

$$\therefore \text{ขายขนมปังรวมสองวันได้ } 27 \times 3 = 81 \text{ ชิ้น}$$

24. แบ่งกลุ่มตัวเลข 1-8 ตามเศษจากการหารด้วย 3 แล้วสร้างจำนวนที่มีสามหลักที่เป็นพหุคูณของ 3 ได้ดังนี้

กลุ่มเศษ	0	1	2
ตัวเลข	3, 6	1, 4, 7	2, 5, 8

- สร้างจากตัวเลขในกลุ่มเศษ 1 เท่านั้น:
สร้างได้ 6 จำนวน (จากตัวเลข 3 ตัวสลับกัน)
- สร้างจากตัวเลขในกลุ่มเศษ 2 เท่านั้น:
สร้างได้ 6 จำนวน (จากตัวเลข 3 ตัวสลับกัน)
- สร้างจากตัวเลขทั้ง 3 กลุ่มเศษ กลุ่มละ 1 ตัว
เลือกตัวเลขมากกลุ่มละ 1 ตัว เลือกได้
 $2 \times 3 \times 3 = 18$ ชุด แต่ละชุดสลับตัวเลข
สร้างจำนวนได้ 6 จำนวน จึงสร้างได้
 $18 \times 6 = 108$ จำนวน

ดังนั้น มีจำนวนที่มีสามหลักที่เป็นพหุคูณของ 3 อยู่ทั้งหมด $6 + 6 + 108 = 120$ จำนวน
จำนวนที่มีสามหลักที่สร้างได้จากตัวเลข 1-8 มีทั้งหมด $8 \times 7 \times 6 = 336$ จำนวน

$$\text{ดังนั้น โอกาสตามที่ต้องการคือ } \frac{120}{336} = \frac{5}{14}$$

$$\Rightarrow m + n = 14 + 5 = 19$$

25. แผ่นหนังรูป 5 เหลี่ยมสองรูปใด ๆ จะไม่มีด้านต่อ
ร่วมกันเลย จึงนับ n ได้จากจำนวนจุดยอดของ
รูป 5 เหลี่ยมทั้ง 12 แผ่น

$$\rightarrow n = 5 \times 12 = 60$$

แผ่นหนังรูป 5 เหลี่ยม 12 แผ่น มีด้านทั้งหมด

$$5 \times 12 = 60 \text{ ด้าน}$$

แผ่นหนังรูป 6 เหลี่ยม 20 แผ่น มีด้านทั้งหมด

$$6 \times 20 = 120 \text{ ด้าน}$$

เส้นขอบที่แผ่นหนังมาต่อกันจะเกิดจากด้าน

$$\text{สองด้านเสมอ} \rightarrow m = \frac{1}{2} \times (60 + 120) = 90$$

$$\therefore m + n = 90 + 60 = 150$$

$$26. \frac{PD}{AD} = \frac{[\triangle PCD]}{[\triangle ACD]} = \frac{[\triangle PCD]}{\frac{1}{2} \times [\square ABCD]}$$

$$= 2 \times \frac{2}{11} = \frac{4}{11}$$

$$\angle ACP = \angle ACB = \angle CAP$$

$\rightarrow \triangle PAC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

$$PC = PA = \frac{7}{11} \times AD = \frac{7}{11} \times 22$$

$$= 14 \text{ เซนติเมตร}$$

27. การลงคะแนนรอบแรก: พิจารณาสถานการณ์
ซึ่งมีผู้ได้ 248, 249, 250, 250 คะแนน
ดังนั้น ผู้ที่ได้ 248 คะแนน จึงยังมั่นใจไม่ได้ว่า
จะได้เป็นตัวแทน

ต่อไปสมมติว่า มีผู้ที่ได้ 249 คะแนน แต่ไม่ได้เป็น
ตัวแทน แสดงว่ามีคนอื่นอีก 3 คน ที่ได้คะแนน

อย่างน้อยคนละ 250 คะแนน จึงมีผู้ลงคะแนน

$$\text{อย่างน้อย } 249 + 250 \times 3 = 999 \text{ คน}$$

ซึ่งเกิน 997 คน จึงเป็นไปได้

ทำให้มั่นใจได้ว่าผู้ที่ได้อย่างน้อย 249 คะแนน

จะได้เป็นตัวแทน $\rightarrow p = 249$

การลงคะแนนรอบที่ 2: พิจารณาสถานการณ์ที่

ตัวแทน 3 คนได้ 332, 332, 333 คะแนน

ดังนั้น ตัวแทนที่ได้ 333 คะแนน จึงมีโอกาสเป็น
ประธาน

ต่อไปสมมติว่า มีตัวแทนที่ได้ 332 คะแนน และ
ได้เป็นประธาน แสดงว่าตัวแทนอีก 2 คน

ได้คะแนนอย่างมาก 331 คะแนน จึงมีผู้ลงคะแนน

อย่างมาก $332 + 331 \times 2 = 994$ คน ซึ่งต่ำกว่า

997 คน จึงเป็นไปได้

ทำให้ตัวแทนที่ได้ 332 คะแนน ไม่มีโอกาสเป็น

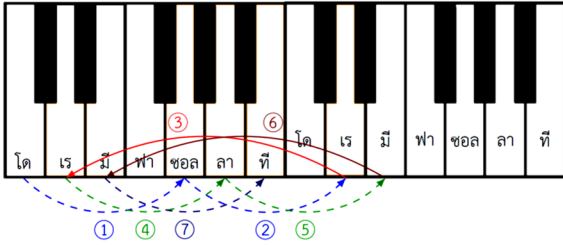
ประธาน $\rightarrow q = 333$

$$\therefore p + q = 249 + 333 = 582$$

28. โฉล่ลำดับตัวโน้ต

โด ① → ซอล ② → เรสูง ③ → เร ④ → ลา ⑤ → มีสูง ⑥ → มี ⑦ → ที

(ในรูป เส้นทึบแสดงเสียงคู่แปด และเส้นประแสดงเสียงคู่ห้า)



สายที่ให้เสียงที่จะยาว

$$1 \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times 2 \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times 2 \times \frac{2}{3} = \frac{128}{243} \text{ หน่วย}$$

$$\therefore \Delta = 128, \square = 243$$

$$\rightarrow \Delta + \square = 128 + 243 = 371$$

29. จะออกแบบให้ขอบเขตของช่วงชั้นที่ต้องทดลองลดลงทีละครึ่งโดยประมาณ ดังนี้

- ทดลองที่ชั้น 6 ไม่ว่าจะผลการทดสอบเป็นอย่างไร จะเหลือ 5 ชั้น ให้ทดลองในชั้นต่อไป
- ใน 5 ชั้นที่เหลือ (สมมติว่าเป็นชั้น 1 ถึง 5) ให้ทดลองที่ชั้นกึ่งกลาง (ชั้น 3) ไม่ว่าจะผลทดสอบจะเป็นอย่างไร จะเหลือ 2 ชั้น ให้ทดลองในชั้นต่อไป
- ทดลองที่ 2 ชั้นที่เหลือ

ดังนั้น จึงต้องออกแบบให้ลองปล่อยแก้วจากชั้นต่าง ๆ ไม่เกิน 4 ชั้น

30. สมมติว่าเกตหายซาลีถูกกว่าคือ 74

แสดงว่าแพรต้องหายเกตถูกกว่าคือ 63

และซาลีต้องหายเกตถูกกว่าคือ 47

ซึ่งเป็นไปไม่ได้ที่เกตจะมีจำนวนนำโชคสองตัว

ดังนั้น เกตหายฝนถูกกว่าคือ 47 และทำให้แพร

หายเกตถูกกว่าคือ 63

∴ จำนวนนำโชคของฝนและเกต มีผลบวกเป็น

$$47 + 63 = 110$$