โครงการสอบประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

Thailand Educational Development and Evaluation Tests (TEDET)

เฉลยแบบทดสอบ ประจำปี 2562
รอบ All Star Intelligent Contest

วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	11	16	170
2	72	17	10
3	8	18	434
4	24	19	4
5	9	20	96
6	216	21	90
7	2	22	97
8	8	23	84
9	8	24	2
10	15	25	48
11	160	26	44
12	23	27	3
13	150	28	20
14	162	29	100
15	4	30	332

Powered by ออมสิน EduPark เอดู พาร์ค

1. จาก $3(x-2) = 5-2(x-2)$ จะได้ว่า $x = 3$

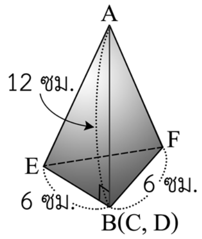
ซึ่งเมื่อแทนค่าลงใน $\frac{ax-3}{3} - \frac{3x-5}{2} = 8$

จะได้ว่า $a = 11$

2. เมื่อพับกระดาษแล้ว จะได้พีระมิด

ที่มีฐานเป็น $\triangle$CEF และมี $\overline{AB}$

เป็นส่วนสูง ดังรูป



ดังนั้น ปริมาตรของพีระมิดนี้คือ

$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 6\right) \times 12 = 72$ ลูกบาศก์เซนติเมตร

3. $x^{256} = 256^{32} = (2^8)^{32} = 2^{256}$ ➡ $x = \pm 2$

$\therefore$ ผลรวมของกำลังสองของ x เท่ากับ

$(-2)^2 + 2^2 = 8$

4. ให้ฐานของทรงกระบอกมีรัศมี r เซนติเมตร

จะได้ว่าฐานของกรวยมีรัศมี $2r$ เซนติเมตร

น้ำในภาชนะทั้งสองมีปริมาตรเท่ากัน

$\therefore \frac{1}{3} \times \pi(2r)^2 \times 9 = \frac{1}{2} \times (\pi r^2 \times x)$

➡ $x = 24$

5. $2x^2 + x - 15 = 0$ ➡ $(2x-5)(x+3) = 0$

➡ $x = -3, \frac{5}{2}$

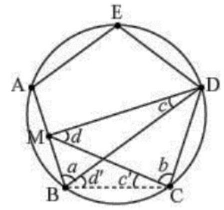
แทนค่า $x = \frac{5}{2}$ ลงใน $x^2 - 3x + k = 0$ จะได้ $k = \frac{5}{4}$

แทนค่า $x = -3$ ลงใน $x^2 - 3x + k = 0$ จะได้ $k = -18$

แต่กำหนดให้ $k > 0$ จึงได้ว่า $k = \frac{5}{4}$

➡ $a + b = 4 + 5 = 9$

6.



จากรูป เนื่องจาก $\angle MPD = \angle BPC$

จึงได้ว่า $c + d = c' + d'$

ดังนั้น $a + b + c + d = a + b + c' + d'$

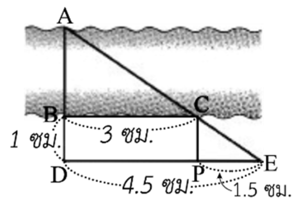
$= (a + d') + (b + c')$

ซึ่งเป็นขนาดของมุมภายใน 2 มุม ของรูป 5 เหลี่ยม

ด้านเท่ามุมเท่า จึงเท่ากับ

$2 \times \left(\frac{1}{5} \times (5-2) \times 180^\circ\right) = 216^\circ$

7.



จากรูป $\triangle ABC \sim \triangle CPE$

$\frac{AB}{BC} = \frac{CP}{PE}$ ➡ $\frac{AB}{3} = \frac{1}{1.5}$ ➡ AB = 2 เซนติเมตร

$\therefore$ แม่น้ำสายนี้กว้าง

$2 \times 100{,}000$ เซนติเมตร = 2 กิโลเมตร

8. ให้ AP $= x$ เซนติเมตร

จะได้ว่า PB $= 12 - x$ เซนติเมตร

ทั้งสองรูปมีพื้นที่รวมกัน

$\frac{1}{2}x^2 + (12-x)^2$ ตารางเซนติเมตร

$\frac{1}{2}x^2 + (12-x)^2 = \frac{3}{2}x^2 - 24x + 144$

$= \frac{3}{2}(x^2 - 16x + 64) + 48$

$= \frac{3}{2}(x-8)^2 + 48$

ซึ่งมีค่าน้อยที่สุดเมื่อ $x = 8$ จึงได้ว่า AP = 8 เซนติเมตร

9. ขั้นที่ 1: เทแอลกอฮอล์บริสุทธิ์ออกไป x ลิตร

จึงเหลือแอลกอฮอล์ $48 - x$ ลิตร ในภาชนะ

ขั้นที่ 2: เทสารละลายแอลกอฮอล์ออกไป $x + 4$ ลิตร (จากสารละลาย 48 ลิตร ในภาชนะ) ซึ่งมีแอลกอฮอล์บริสุทธิ์อยู่ในปริมาณ

$\frac{x+4}{48} \times (48 - x)$ ลิตร

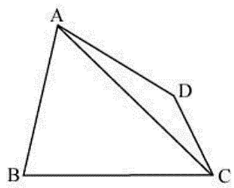
$\therefore\ x + \frac{x+4}{48}(48 - x) = 18$

➡ $x^2 - 92x + 672 = 0$ ➡ $(x - 84)(x - 8) = 0$

แต่ $0 \le x \le 48$ จึงได้ว่า $x = 8$

นั่นคือในขั้นที่ 1 ได้เทแอลกอฮอล์บริสุทธิ์ออกไป 8 ลิตร

10. ลาก $\overline{AC}$ แล้วสังเกตว่า



$\angle ABC > \angle BCD > \angle BCA$

➡ $AC > AB$

$AD + DC > AC > AB$

➡ $AD + 18 > 32$

➡ $AD > 14$ หน่วย

ดังนั้น ด้าน AD มีความยาวน้อยที่สุด 15 หน่วย

(เกิดได้โดยสร้างให้ $AC = AB$ แล้วสร้าง $\triangle ADC$ ให้มี $AD = 15$ หน่วย)

11. ให้ยุกิซื้อโทรศัพท์มา n เครื่อง ในราคาทั้งหมด C บาท แล้วขายไปเครื่องละ p บาท

ระยะแรก: $\frac{90}{100} n \times p = \frac{120}{100} \times C$

ระยะต่อมา: $(n - 10) \times p = \frac{125}{100} \times C$

จึงได้ว่า $\frac{0.9n}{n-10} = \frac{120}{125}$ ➡ $\frac{9n}{n-10} = \frac{48}{5}$

➡ $n = 160$

12. ให้ลูกเทนนิสเป็นทรงกลมรัศมี r

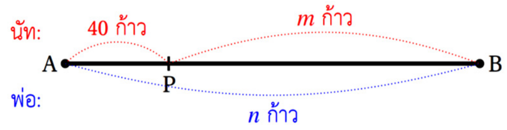
ลูกเทนนิสทั้งหมดมีปริมาตรรวมกัน $n \times \frac{4}{3}\pi r^3$

และทรงกระบอกมีปริมาตร $\pi r^2 \times (2r \times n)$

$\therefore\ \frac{a}{b} = \frac{n \times \frac{4}{3}\pi r^3}{\pi r^2 \times (2r \times n)} = \frac{2}{3}$

➡ $10a + b = 10 \times 2 + 3 = 23$

13.



ให้นัทออกวิ่งจากจุด A พ่อออกวิ่งจากจุด A เมื่อนัทถึงจุด P และพ่อวิ่งทันนัทที่จุด B

นัทวิ่งจาก P ถึง B ใช้เวลาเท่ากับพ่อวิ่งจาก A ถึง B ➡ $m : n = 7 : 5$ ➡ $5m = 7n$

นัทและพ่อวิ่งได้ระยะทาง AB เท่ากัน

➡ $(40 + m) : n = 5 : 3$ ➡ $3(40 + m) = 5n$

$\therefore\ 3\left(40 + \frac{7}{5}n\right) = 5n$ ➡ $n = 150$

นั่นคือ พ่อจะวิ่งทันนัทในก้าวที่ 150 ของพ่อ

14. ให้ $A = (a + b)^3$ และ $B = (a - b)^3$

แล้วสังเกตว่า $(A + B)^2 - (A - B)^2 = 4AB$

$\therefore\ 4(a + b)^3(a - b)^3 = 2^5 \times 9^6$

➡ $(a^2 - b^2)^3 = 2^3 \times 9^6$ ➡ $a^2 - b^2 = 2 \times 9^2 = 162$

15. $x = -3 \pm \sqrt{17}$ ➡ $(x+3)^2 = 17$

➡ $x^2 + 6x - 8 = 0$

แสดงว่าสมการกำลังที่ถูกต้องอยู่ในรูป

$x^2 + ax - 8 = 0$

ถ้าให้คำตอบของสมการนี้เป็น $x = m, n$

จะได้ว่า $(x-m)(x-n) = x^2 + ax - 8$

นั่นคือ $a = -m - n$ และ $mn = -8$

จึงได้สมการที่เป็นไปได้ทั้งหมด 4 สมการ ดังนี้

(m, n)	สมการกำลังสอง
$(1, -8)$	$x^2 + 7x - 8 = 0$
$(-1, 8)$	$x^2 - 7x - 8 = 0$
$(2, -4)$	$x^2 + 2x - 8 = 0$
$(-2, 4)$	$x^2 - 2x - 8 = 0$

16. จากแถวที่คะแนนคณิตศาสตร์เป็น 90

จะได้ว่า $2 + 5 + x = 9$ ➡ $x = 2$

จากแถวที่คะแนนคณิตศาสตร์เป็น 70

จะได้ว่า $1 + 4 + y = 9$ ➡ $y = 4$

จัดอันดับนักเรียนตามคะแนนรวมทั้งสองวิชา

ได้ผลบางส่วนดังตารางต่อไปนี้

คะแนนรวม	จำนวนนักเรียน
200	1
190	$2 + 2 = 4$
180	$5 + 3 = 8$
170	$2 + 10 = 12$

นักเรียนที่ได้คะแนนรวมอย่างน้อย 170 คะแนน

มี 25 คน คิดเป็น 50% ของนักเรียนทั้งหมด

ดังนั้น ต้องได้คะแนนรวมอย่างน้อย 170 คะแนน

จึงจะอยู่ในกลุ่ม 50% ที่ได้คะแนนรวมสูงสุด

17. ให้ทางเดินรอบสระกว้าง x เมตร สม่ำเสมอ

จะได้ว่า $(50 - 2x)(70 - 2x) = 1{,}500$

➡ $x^2 - 60x + 500 = 0$

➡ $(x - 10)(x - 50) = 0$

แต่ที่ดินกว้างเพียง 50 เมตร

ดังนั้น ทางเดินรอบสระนี้กว้าง 10 เมตร

18. ค่า BMR ของผู้ชายสูง 178 เซนติเมตร

หนัก 74 กิโลกรัม อายุ 30 ปี คือ

$$66.47 + \left(\frac{55}{4} \times 74\right) + (5 \times 178) - (6.76 \times 30)$$

$= 1{,}771.17$

ค่า BMR ของผู้หญิงสูง 165 เซนติเมตร

หนัก 54 กิโลกรัม อายุ 30 ปี คือ

$$655.1 + (9.56 \times 54) + \left(\frac{37}{20} \times 165\right) - (4.68 \times 30)$$

$= 1{,}336.19$

ผลต่างของค่า BMR เท่ากับ

$1{,}771.17 - 1{,}336.19 = 434.98 = \triangle.\square$

➡ $\triangle = 434$

19. แทนค่า $x = 1$ ลงใน

$(k-2)x^2 + (k^2 - 8)x - 2(3k - 8) = 0$

จะได้ว่า $(k-2) + (k^2 - 8) - 2(3k - 8) = 0$

➡ $k^2 - 5k + 6 = 0$ ➡ $(k-2)(k-3) = 0$

แต่ $k = 2$ ทำให้ $(k-2)x^2 + (k^2 - 8)x - 2(3k - 8) = 0$

ไม่เป็นสมการกำลังสอง $\therefore\ k = 3$

จำนวนนับที่มีตัวประกอบอยู่ 3 ตัว จะต้องอยู่ในรูป

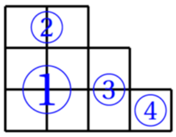
p^2 เมื่อ p เป็นจำนวนเฉพาะ

ดังนั้น จำนวนนับที่น้อยกว่า 100 ที่ต้องการ ได้แก่

$2^2, 3^2, 5^2, 7^2$ รวม 4 จำนวน

Powered by ออมสิน EduPark เอดู พาร์ค

20. • ระบายสีช่องตาราง ① ก้อน โดยเริ่มระบายช่องซ้ายล่าง ได้ 3 สี แล้วระบายช่องซ้ายบน ได้ 2 สี ระบายช่องขวาล่างได้ 2 สี ส่วนอีกช่องที่เหลือ ไม่ว่ากรณีใด ก็ระบายได้สีเดียว จึงระบายสีช่องตาราง ① ได้



$3 \times 2 \times 2 \times 1 = 12$ แบบ

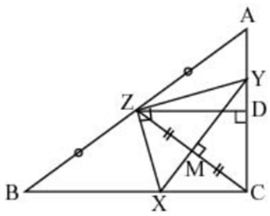
• ระบายช่องคู่ ② ได้ 2 วิธี (ระบายช่องซ้ายได้ 2 สี แล้วระบายช่องขวาได้ 1 สี)

• ระบายช่องคู่ ③ ได้ 2 วิธี (ระบายช่องบนได้ 2 สี แล้วระบายช่องล่างได้ 1 สี)

• ระบายช่อง ④ ได้ 2 วิธี

ดังนั้น จะระบายสีให้แตกต่างกันได้ทั้งหมด $12 \times 2 \times 2 \times 2 = 96$ แบบ

21. ให้ Z เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ และสังเกตว่า $\angle ACB = 90^\circ$ ฉะนั้น $\triangle ABC$ แนบในครึ่งวงกลม BCA ที่มี $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง



จึงได้ว่า ZC = ZA = 18 ซม.

สังเกตว่าจุด Z สมมาตรกับจุด C โดยมี $\overline{XY}$ เป็นเส้นสมมาตร

$\therefore [\triangle CYX] = \frac{1}{2} \times XY \times MC$

$= \frac{1}{2} \times 20 \times 9$

$= 90$ ตารางเซนติเมตร

22. จัดรูปสมการพาราโบลา

$$y = -x^2 + x = \frac{1}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

ให้ AD = CD = $2t$ โดยที่ $t > 0$ จะได้พิกัด $A\left(\frac{1}{2} + t, 2t\right)$ ซึ่งเมื่อแทนค่าพิกัดนี้ลงในสมการพาราโบลา จะได้ว่า $2t = \frac{1}{4} - t^2$

นั่นคือ $t^2 + 2t - \frac{1}{4} = 0$ จึงได้ว่า $t = \frac{-2+\sqrt{5}}{2}$ (เพราะว่า $t > 0$)

ดังนั้น $[\square ABCD] = (2t)^2 = (-2+\sqrt{5})^2$

$= 9 - 4\sqrt{5}$ ตารางหน่วย

$\therefore\ a = 9,\ b = -4$

➡ $a^2 + b^2 = 81 + 16 = 97$

23. $GH = y - x,\ GE = x - (y - x) = 2x - y$

และ $NH = (y - x) - (2x - y) = 2y - 3x$

จึงได้ว่า $[\square NMCH] = GE \times NH$

$= (2x - y)(2y - 3x)$

$= -6x^2 + 7xy - 2y^2$

$\therefore\ a = -6,\ b = 7,\ c = -2$

➡ $a \times b \times c = 84$

24. $\triangle AOB \sim \triangle BOC \sim \triangle COD \sim \triangle DOE$

$\Rightarrow \dfrac{OB}{OA} = \dfrac{OC}{OB} = \dfrac{OD}{OC} = \dfrac{OE}{OD}$

กำหนดพิกัด $A(-1, 0)$ และ $B(0, r)$ จะได้พิกัด

$C(r^2, 0)$, $D(0, -r^3)$ และ $E(-r^4, 0)$

จาก $EA = AC$ จะได้ว่า $r^4 - 1 = r^2 + 1$

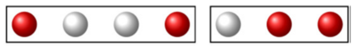
$\Rightarrow r^2 - 1 = 1 \Rightarrow r^2 = 2$

$\therefore \left(\dfrac{OB}{OA}\right)^2 = r^2 = 2$

25. ในการยืดสายไฟ ปริมาตรจะไม่มีการเปลี่ยนแปลง ถ้าเส้นรอบวงเหลือครึ่งหนึ่งของเส้นรอบวงเดิม พื้นที่หน้าตัดจะเหลือ $\dfrac{1}{4}$ ของพื้นที่หน้าตัดเดิม ความยาวจึงต้องเป็น 4 เท่าของความยาวเดิม ความต้านทานไฟฟ้าเป็นสัดส่วนตรงกับความยาว และเป็นสัดส่วนผกผันกับพื้นที่หน้าตัด ดังนั้น สายไฟที่ยืดออก จะมีความต้านทานไฟฟ้า

$3\Omega \times 4 \times \dfrac{1}{1 \div 4} = 48\Omega$

26. ในการหาความน่าจะเป็น เราสมมติได้ว่าลูกแก้วทุกลูกต่างกันหมด ต้องการหยิบลูกแก้วทั้งหมด 7 ลูก โดยโทมัสหยิบ 4 ลูกแรก และสตีฟหยิบ 3 ลูกหลัง

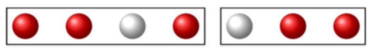


โทมัส สตีฟ

ถ้าไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติมในการหยิบ จะหยิบได้ $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4$ วิธี

ต่อไปจะนับจำนวนเหตุการณ์ที่แต่ละคนหยิบลูกแก้วสีขาวได้เท่ากัน

- หยิบได้ลูกแก้วสีขาวคนละลูก

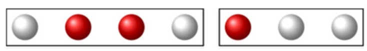


แสดงว่าลูกแก้วที่ทั้งสองคนหยิบมีสีขาว 2 ลูก สีแดง 5 ลูก โดยโทมัสสลับลำดับสีขาวแดงได้ 4 วิธี และสตีฟสลับลำดับสีขาวแดงได้ 3 วิธี

จึงทำได้ $\underbrace{(4 \times 3)}_{\text{ลำดับสี}} \times \underbrace{(4 \times 3)}_{\text{สีขาว}} \times \underbrace{(6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2)}_{\text{สีแดง}}$

$= 12 \times (9 \times 8 \times 6 \times 5 \times 4)$ วิธี

- หยิบได้ลูกแก้วสีขาวคนละ 2 ลูก



แสดงว่าลูกแก้วที่ทั้งสองคนหยิบมีสีขาว 4 ลูก สีแดง 3 ลูก โดยโทมัสสลับลำดับสีขาวแดงได้ 6 วิธี และสตีฟสลับลำดับสีขาวแดงได้ 3 วิธี

จึงทำได้ $\underbrace{(6 \times 3)}_{\text{ลำดับสี}} \times \underbrace{(4 \times 3 \times 2 \times 1)}_{\text{สีขาว}} \times \underbrace{(6 \times 5 \times 4)}_{\text{สีแดง}}$

$= 6 \times (9 \times 8 \times 6 \times 5 \times 4)$ วิธี

ดังนั้น ความน่าจะเป็นคือ

$\dfrac{b}{a} = \dfrac{(12 + 6) \times (9 \times 8 \times 6 \times 5 \times 4)}{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4} = \dfrac{9}{35}$

$\Rightarrow a + b = 44$

27. $8 = x^2 - y^2 - x + 3y$

$= (x - y)(x + y) + (x + y) - 2(x - y)$

$= (x - y + 1)(x + y - 2) + 2$

นั่นคือ $(x - y + 1)(x + y - 2) = 6$

ถ้า $y = 1$ สมการ $x^2 - y^2 - x + 3y = 8$

จะลดรูปเป็น $x^2 - x - 6 = 0$ ➨ $x = 3$

ถ้า $y \geq 2$ จะได้ว่า $x + y - 2 \geq 1$

และ $(x + y - 2) - (x - y + 1) = 2y - 3 > 0$

จึงมี 2 กรณี คือ

กรณี $x - y + 1 = 1$ และ $x + y - 2 = 6$

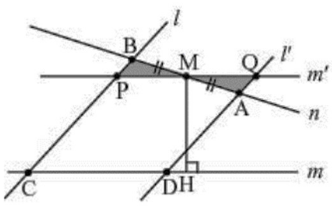
➨ $x = 4, y = 4$

กรณี $x - y + 1 = 2$ และ $x + y - 2 = 3$

➨ $x = 3, y = 2$

$\therefore$ มีคู่อันดับ (x, y) ทั้งหมด 3 คู่ ได้แก่ (3, 1), (4, 4), (3, 2)

28. ลากเส้นตรง m' ให้ขนานกับเส้นตรง m และผ่านจุด M ดังรูป



สังเกตว่า $\triangle MBP \cong \triangle MAQ$

ดังนั้น $[\square ABCD] = [\square QPCD] = CD \times MH$

$\therefore$ $600 = 30 \times MH$

➨ $MH = 20$ หน่วย

29. วิเคราะห์ข้อมูลของเมืองชิคาโกจากโจทย์ได้ดังนี้

- มีครัวเรือนประมาณ

  $3{,}000{,}000 \div 3 = 1{,}000{,}000$ ครัวเรือน

- ครัวเรือนที่มีเปียโนมีอยู่ประมาณ

  $\frac{10}{100} \times 1{,}000{,}000 = 100{,}000$ ครัวเรือน

- การตั้งเสียงเปียโนทั้งหมด จะใช้เวลาประมาณ

  ปีละ $100{,}000 \times 2 = 200{,}000$ ชั่วโมง

- นักตั้งเสียงเปียโนหนึ่งคน ทำงานได้ปีละประมาณ

  $50 \times 5 \times 8 = 2{,}000$ ชั่วโมง

ดังนั้น เมืองชิคาโกมีนักตั้งเสียงเปียโนประมาณ

$200{,}000 \div 2{,}000 = 100$ คน

30. มีลูกบาศก์ทั้งหมด

$3 \times (1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13) = 3 \times 49$

$= 147$ ลูก

และมีหน้าทั้งหมด $6 \times 147 = 882$ หน้า

ต่อไปจะนับจำนวนหน้าของลูกบาศก์ที่ไม่แนบติดกับลูกบาศก์อื่น

- หน้าซึ่งมองเห็นจากด้านบน มี $3 \times 13 = 39$ หน้า
- หน้าซึ่งมองเห็นจากด้านหน้า

  มี $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 49$ หน้า

- หน้าซึ่งมองเห็นจากด้านข้างซ้ายมือ

  มี $3 \times 7 = 21$ หน้า

เมื่อพิจารณาหน้าที่มองเห็นจากด้านล่าง ด้านหลัง และด้านข้างขวามือด้วย จะมีหน้าที่ไม่แนบติดกับหน้าอื่น ๆ อยู่ทั้งหมด

$2 \times (39 + 49 + 21) = 218$ หน้า

ดังนั้น หน้าของลูกบาศก์ที่แนบติดกันมีทั้งหมด

$\frac{1}{2} \times (882 - 218) = 332$ คู่