



การประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ประจำปี 2562 (TEDET)  
 รอบ All Star Intelligent Contest  
 วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

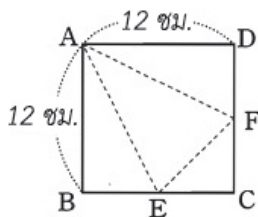
ชื่อ-นามสกุล	โรงเรียน
--------------	----------

**คำชี้แจง**

- ข้อสอบคณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 30 ข้อ
- กรณีที่ข้อสอบเป็นแบบมีตัวเลือก ให้ตอบหมายเลขข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว
- กรณีที่ข้อสอบต้องคำนวณหาคำตอบ คำตอบที่ได้จะเป็นจำนวนที่มีไม่เกิน 3 หลักเท่านั้น คือ หลักหน่วย หลักสิบ และหลักร้อย
- เวลาในการทำข้อสอบคณิตศาสตร์ 90 นาที

- ถ้าคำตอบของสมการ  $3(x-2) = 5 - 2(x-2)$  เป็นคำตอบของสมการ  $\frac{ax-3}{3} - \frac{3x-5}{2} = 8$  ด้วย จงหาว่า ค่าคงตัว  $a$  เป็นเท่าใด

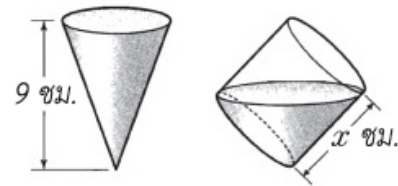
- กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีด้านยาวด้านละ 12 เซนติเมตร จุด E และจุด F เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน BC และด้าน CD ตามลำดับ ดังรูป



รูปทรงสามมิติที่ได้จากการพับกระดาษตามแนวของ  $\overline{AE}$ ,  $\overline{EF}$  และ  $\overline{FA}$  มีปริมาตรที่ลูกบาศก์เซนติเมตร

- จงหาผลรวมของกำลังสองของจำนวนเต็ม  $x$  ทั้งหมดที่ทำให้  $x^{256} - 256^{32} = 0$

- จากรูป ภาพขณะรูปกรวยและภาพขณะรูปทรงกระบอกมีน้ำบรรจุอยู่ในปริมาณที่เท่ากัน และรัศมีฐานของทรงกระบอกเป็นครึ่งหนึ่งของรัศมีฐานของกรวย



จงหาว่า ภาพขณะรูปทรงกระบอกสูงกี่เซนติเมตร

- กำหนดให้  $k$  เป็นค่าคงตัวซึ่ง  $k > 0$  และทำให้สมการ

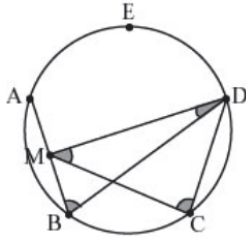
$$2x^2 + x - 15 = 0 \quad \text{และ} \quad x^2 - 3x + k = 0$$

มีคำตอบร่วมกันอย่างน้อยหนึ่งคำตอบ

ถ้าเขียน  $k$  ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำได้เป็น  $\frac{b}{a}$

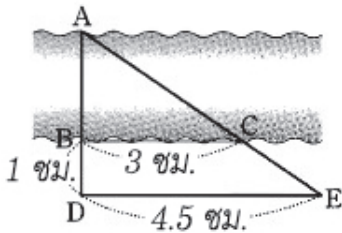
จงหาค่าของ  $a + b$

6. จากรูป จุด A, B, C, D, E เป็นจุดที่แบ่งเส้นรอบวงของวงกลมออกเป็น 5 ส่วนเท่า ๆ กัน และจุด M อยู่บนส่วนของเส้นตรง  $\overline{AB}$



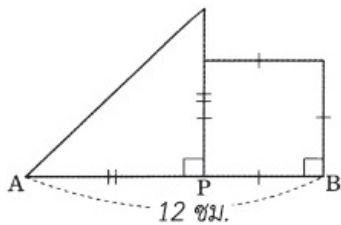
จงหาว่า  $\angle ABD$ ,  $\angle MCD$ ,  $\angle DMC$  และ  $\angle BDM$  มีขนาดรวมกันเป็นกี่องศา

7. แม่น้ำสายหนึ่งมีรูปย่อส่วน ด้วยมาตราส่วน 1 : 100,000 ดังรูป โดยที่  $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$



จงหาว่า แม่น้ำสายนี้กว้างกี่กิโลเมตร

8. สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนส่วนของเส้นตรง AB ที่มีความยาว 12 เซนติเมตร โดยมีจุด P เป็นจุดยอดตรงมุมของรูปทั้งสอง ดังรูป



ถ้าต้องการให้ทั้งสองรูปมีพื้นที่รวมกันน้อยที่สุด จงหาว่า AP เท่ากับกี่เซนติเมตร

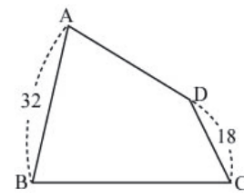
9. มีแอลกอฮอล์บริสุทธิ์ 48 ลิตรในภาชนะขนาดใหญ่ใบหนึ่ง ทำการเทแอลกอฮอล์ออกและเติมน้ำลงไปตามขั้นตอนต่อไปนี้

- ขั้นที่ 1** เทแอลกอฮอล์บริสุทธิ์ออกไป  $x$  ลิตร แล้วเติมน้ำกลั่นลงไปแทนในปริมาณที่เท่ากัน ผสมให้เข้ากันเป็นสารละลายแอลกอฮอล์
- ขั้นที่ 2** นำสารละลายแอลกอฮอล์  $x + 4$  ลิตร มาแยกน้ำและแอลกอฮอล์ออกจากกัน เพื่อให้ได้แอลกอฮอล์บริสุทธิ์

ถ้าแอลกอฮอล์บริสุทธิ์ที่เทออกไปในขั้นที่ 1 กับแอลกอฮอล์บริสุทธิ์ที่แยกได้ในขั้นที่ 2 มีปริมาณรวมกัน 18 ลิตร

จงหาว่า ในขั้นที่ 1 ได้เทแอลกอฮอล์บริสุทธิ์ออกไปกี่ลิตร

10. รูปสี่เหลี่ยม ABCD มีด้าน AB ยาว 32 หน่วย ด้าน CD ยาว 18 หน่วย และ  $\angle ABC$  ใหญ่กว่า  $\angle BCD$  ดังรูป



ถ้าด้าน AD มีความยาวเป็นจำนวนเต็มหน่วย จงหาว่า ด้าน AD มีความยาวน้อยที่สุดกี่หน่วย

11. ยูกิซื้อโทรศัพท์มือถือจากร้านค้าแห่งหนึ่งมาจำนวนหนึ่ง แล้วนำไปขายต่อให้ลูกค้าในราคาเครื่องละเท่า ๆ กัน หลังจากขายไประยะหนึ่งจนเหลือโทรศัพท์อยู่ 10% ของจำนวนที่ซื้อมา ยูกิพบว่าได้กำไรแล้ว 20% เมื่อขายต่อไปอีกระยะจนเหลือโทรศัพท์อยู่ 10 เครื่อง ยูกิพบว่าเมื่อรวมกำไรก่อนหน้านี้แล้วได้กำไรเป็น 25% จงหาว่า ยูกิซื้อโทรศัพท์มาทั้งหมดกี่เครื่อง

12. บรรจุลูกเทนนิส  $n$  ลูก ลงในหลอดทรงกระบอกได้พอดี ถ้าอัตราส่วนของปริมาตรของลูกเทนนิสทั้งหมด กับปริมาตรของหลอดทรงกระบอก อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ  $\frac{a}{b}$  จงหาค่าของ  $10a + b$



13. นัทและพ้อวิ่งออกกำลังกายด้วยกัน ระยะเวลาที่นัทวิ่งไป 7 ก้าว เท่ากับระยะเวลาที่พ้อวิ่งไป 5 ก้าว และระยะทางที่นัทวิ่งไป 5 ก้าว เท่ากับระยะทางที่พ้อวิ่งไป 3 ก้าว ถ้านัทและพ้อวิ่งออกจากจุดเริ่มต้นเดียวกัน แต่พ้อเริ่มวิ่งหลังจากที่นัทวิ่งออกไปแล้ว 40 ก้าว จงหาว่า พ้อจะวิ่งทันนัทหลังจากที่พ้อวิ่งไปแล้วกี่ก้าว

14. จงหาค่าของ  $a^2 - b^2$  เมื่อ  $\{(a+b)^3 + (a-b)^3\}^2 - \{(a+b)^3 - (a-b)^3\}^2 = 2^5 \times 9^6$

15. พิจารณาสมการกำลังสองที่มีสัมประสิทธิ์ของ  $x^2$  เป็น 1 และมีคำตอบเป็นจำนวนเต็ม ถ้ามองสัมประสิทธิ์ของ  $x$  ผิดไป ทำให้หาคำตอบได้เป็น  $x = -3 \pm \sqrt{17}$

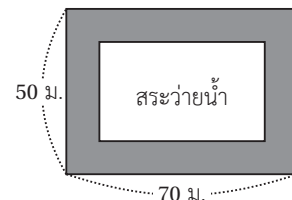
จงหาว่า สมการกำลังสองที่เป็นไปได้ มีทั้งหมดกี่สมการ

16. ตารางต่อไปนี้แสดงจำนวนนักเรียนตามคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาอังกฤษ ของนักเรียน 50 คน

คะแนนคณิตศาสตร์	คะแนนภาษาอังกฤษ					รวม (คน)
	60	70	80	90	100	
100				2	1	3
90			2	5	$x$	9
80		7	6	10	3	26
70	1	4	$y$			9
60	2	1				3
รวม (คน)	3	12	12	17	6	50

เมื่อจัดอันดับนักเรียนตามคะแนนรวมของทั้งสองวิชา จงหาว่า ถ้าต้องการอยู่ในกลุ่ม 50% ของนักเรียนที่มีคะแนนรวมสูงที่สุด แล้วจะต้องได้คะแนนรวมทั้งสองวิชาอย่างน้อยกี่คะแนน

17. มีที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว 70 เมตร กว้าง 50 เมตร ต้องการสร้างสระว่ายน้ำให้มีพื้นที่ 1,500 ตารางเมตร ไว้กึ่งกลางที่ดิน และเว้นบริเวณที่เหลือให้เป็นทางเดินที่มีความกว้างสม่ำเสมอรอบสระ



จงหาว่า ทางเดินรอบสระนี้กว้างกี่เมตร

18. ค่า BMR แสดงถึงปริมาณพลังงานที่น้อยที่สุดที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิต ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ค่า BMR (Basal Metabolic Rate) คือ ปริมาณพลังงานที่น้อยที่สุดที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิต ซึ่งเป็นพลังงานที่ใช้สำหรับกระบวนการสร้างและสลาย (Metabolism) ในกิจกรรมพื้นฐานต่าง ๆ ของชีวิต เช่น การหายใจ การรักษาระดับอุณหภูมิของร่างกาย การเต้นของหัวใจ เป็นต้น เมื่อหยุดพักหรืออยู่นิ่ง ๆ โดยไม่มีการเคลื่อนไหว จะมีการเผาผลาญพลังงานในปริมาณที่น้อยที่สุด

โดยปกติแล้ว ปริมาณพลังงานที่น้อยที่สุดนี้จะขึ้นกับน้ำหนักตัว ส่วนสูง และอายุ อีกทั้งสมการที่ใช้หาค่า BMR แตกต่างกันตามเพศ พร้อมรายละเอียดปลีกย่อยมากมาย สมการของแฮร์ริส-เบนเนดิกต์ (Harris-Benedict) เป็นสมการหนึ่งในการหาปริมาณพลังงานที่น้อยที่สุดที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิต โดยมีวิธีคำนวณดังนี้

ผู้ชาย:

$$66.47 + \left(\frac{55}{4} \times \text{น้ำหนัก}\right) + (5 \times \text{ส่วนสูง}) - (6.76 \times \text{อายุ})$$

ผู้หญิง:

$$655.1 + (9.56 \times \text{น้ำหนัก}) + \left(\frac{37}{20} \times \text{ส่วนสูง}\right) - (4.68 \times \text{อายุ})$$

(ใช้หน่วยน้ำหนักเป็นกิโลกรัม ส่วนสูงเป็นเซนติเมตร และอายุเป็นปี)

ถ้าค่า BMR ของผู้ชายสูง 178 เซนติเมตร  
หนัก 74 กิโลกรัม อายุ 30 ปี  
กับค่า BMR ของผู้หญิงสูง 165 เซนติเมตร  
หนัก 54 กิโลกรัม อายุ 30 ปี  
มีผลต่างในรูปทศนิยมเป็น  $\Delta.\square$  จงหาค่าของ  $\Delta$

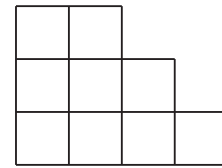
19. ให้  $k$  เป็นจำนวนนับที่ทำให้สมการ

$$(k-2)x^2 + (k^2-8)x - 2(3k-8) = 0$$

เป็นสมการกำลังสองที่มี 1 เป็นคำตอบ

จงหาว่า จำนวนนับที่มีค่าน้อยกว่า 100 และมีตัวประกอบอยู่  $k$  ตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน

20. ในการระบายสีแผนที่โลก ประเทศเพื่อนบ้านที่มีชายแดนติดกัน ต้องระบายด้วยสีที่ต่างกัน ซึ่งสามารถระบายสีทุกประเทศได้โดยใช้สีเพียง 4 สีเท่านั้น ข้อเท็จจริงนี้คือ ทฤษฎีบทสี่สี (Four color theorem) ซึ่งศาสตราจารย์เคนเน็ท แอปเปิล (Kenneth Appel) และ โวล์ฟแกง เฮเคน (Wolfgang Haken) จากมหาวิทยาลัยอิลลินอยส์ เออร์แบนา-แชมเปญจน์ สหรัฐอเมริกา ได้พิสูจน์ไว้ในเดือนสิงหาคม ค.ศ. 1976 ต้องการระบายสีตารางสี่เหลี่ยมจัตุรัส 9 ช่อง ดังรูป



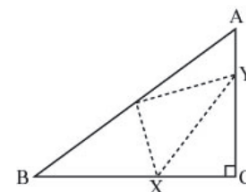
โดยอาศัยแนวคิดของทฤษฎีบทสี่สี พร้อมทั้งเงื่อนไขต่อไปนี้

เงื่อนไข

- มีสีอยู่ 3 สี ให้ระบายช่องละ 1 สี
- ช่องสองช่องที่มีด้านร่วมกัน ต้องระบายด้วยสีที่ต่างกัน
- สำหรับตารางขนาด  $2 \times 2$  ที่ประกอบด้วยช่อง 4 ช่อง ต้องระบายด้วยสีครบทั้ง 3 สี

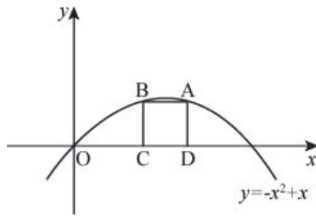
จงหาว่า จะระบายสีให้แตกต่างกันได้ทั้งหมดกี่แบบ

21. กระจดาศรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก และมีด้าน AB ยาว 36 เซนติเมตร เมื่อพับกระจดาศให้จุดยอด C ไปทับซ้อนกับจุดกึ่งกลางของด้าน  $\overline{AB}$  แล้วคลี่ออก จะได้ส่วนของเส้นตรง  $\overline{XY}$  ที่ยาว 20 เซนติเมตร ดังรูป



จงหาว่า รูปสามเหลี่ยม  $CYX$  มีพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร

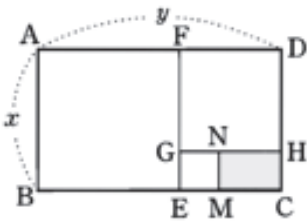
22. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีจุด A และจุด B อยู่บนพาราโบลา  $y = -x^2 + x$  และมีจุด C กับจุด D อยู่บนแกน x ดังรูป



ถ้ารูปสี่เหลี่ยม ABCD มีพื้นที่  $a + b\sqrt{5}$  ตารางหน่วย  
จงหาค่าของ  $a^2 + b^2$

( $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนตรรกยะ)

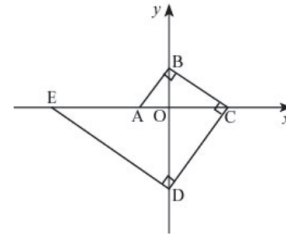
23. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD มีด้าน AB ยาว  $x$  หน่วย และมีด้าน AD ยาว  $y$  หน่วย วาดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABEF รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส FGHD และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส GEMN ตามลำดับ ดังรูป



ถ้ารูปสี่เหลี่ยม NMCH มีพื้นที่  $ax^2 + bxy + cy^2$  ตารางหน่วย จงหาค่าของ  $a \times b \times c$

(กำหนดให้  $3x < 2y < 4x$ )

24. จากรูป กำหนดให้  $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ ,  $\overline{BC} \perp \overline{CD}$ ,  $\overline{CD} \perp \overline{DE}$  และ  $EA = AC$



จงหาค่าของ  $\left(\frac{OB}{OA}\right)^2$

25. เมื่อกระแสไฟฟ้าไหลผ่านสายไฟ จะมีความต้านทานไฟฟ้าที่เป็นสัดส่วนตรงกับความยาวของสายไฟ และเป็นสัดส่วนผกผันกับพื้นที่หน้าตัดของสายไฟ

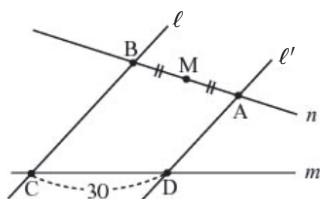


สายไฟเส้นหนึ่งมีความยาว  $l$  มีหน้าตัดเป็นวงกลมที่มีเส้นรอบวงยาว  $a$  และมีความต้านทานไฟฟ้า 3 โอห์ม ( $\Omega$ )  
ถ้านำสายไฟเส้นนี้มายืดออกจนหน้าตัดเป็นวงกลมที่มีเส้นรอบวงยาว  $\frac{a}{2}$  ตลอดทั้งเส้น จงหาว่าสายไฟที่ยืดออกแล้ว จะมีความต้านทานไฟฟ้ากี่โอห์ม ( $\Omega$ )

26. ถังใบหนึ่งมีลูกแก้วสีขาว 4 ลูก และลูกแก้วสีแดง 6 ลูก โทมัสหยิบลูกแก้วออกจากถังมา 4 ลูก โดยไม่ใส่คืน จากนั้นสติฟหยิบลูกแก้วออกจากถังมาอีก 3 ลูก เมื่อพิจารณาเหตุการณ์ที่โทมัสและสติฟหยิบได้ลูกแก้วสีขาวเป็นจำนวนเท่ากัน ถ้าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นี้เขียนในรูปเศษส่วนอย่างต่ำได้เป็น  $\frac{b}{a}$  จงหาค่าของ  $a + b$

27. เมื่อ  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนนับ คู่อันดับ  $(x, y)$  ที่เป็นคำตอบของสมการ  $x^2 - y^2 - x + 3y = 8$  มีทั้งหมดกี่คู่

28. กำหนดให้เส้นตรง  $\ell$  ขนานกับเส้นตรง  $\ell'$  และเส้นตรง  $m$  ไม่ขนานกับเส้นตรง  $n$  ให้ A, B, C, D เป็นจุดตัดของเส้นตรงเหล่านี้ ดังรูป



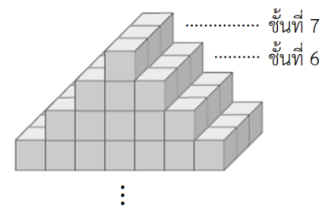
ถ้าส่วนของเส้นตรง CD ยาว 30 หน่วย และรูปสี่เหลี่ยม ABCD มีพื้นที่ 600 ตารางหน่วย จงหาว่า ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดกึ่งกลาง M ของด้าน AB มาตั้งฉากกับเส้นตรง  $m$  มีความยาวกี่หน่วย

29. โจทย์ปัญหาของเฟอร์มี (Fermi problem) หรือการประมาณค่าของเฟอร์มี (Fermi estimation) เป็นวิธีการประมาณค่าคร่าว ๆ ด้วยการอนุมานตามหลักเหตุผลและข้อมูลพื้นฐานในปัญหานั้น ๆ การประมาณค่าของเฟอร์มีไม่ได้ให้คำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ แต่มีขั้นตอนในการหาคำตอบอย่างมีเหตุผลและมีความคิดสร้างสรรค์  
จงพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้

- เมืองชิคาโกมีประชากรประมาณ 3,000,000 คน
- แต่ละครัวเรือน มีสมาชิกประมาณ 3 คน
- จำนวนครัวเรือนที่มีเปียโน มีอยู่ประมาณ 10%
- เปียโนแต่ละตัว จะต้องตั้งเสียงปีละ 1 ครั้ง
- นักตั้งเสียงเปียโนใช้เวลาครั้งละ 2 ชั่วโมงในการตั้งเสียง
- นักตั้งเสียงเปียโนทำงานวันละ 8 ชั่วโมง สัปดาห์ละ 5 วัน และปีละ 50 สัปดาห์

จงหาว่าเมืองชิคาโกมีนักตั้งเสียงเปียโนอยู่ประมาณกี่คน

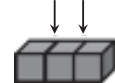
30. นำลูกบาศก์ที่มีขนาดเท่ากันมาวางซ้อนกัน 7 ชั้น ดังรูป



ตัวอย่างของหน้าของลูกบาศก์ที่แนบติดกัน



มีหน้าแนบติดกัน 1 คู่



มีหน้าแนบติดกัน 2 คู่

จงหาว่า หน้าของลูกบาศก์ที่แนบติดกันมีทั้งหมดกี่คู่