TEDET
Thailand Educational Development and Evaluation Tests

# การประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

## Thailand Educational Development and Evaluation Tests (TEDET)

# เฉลยแบบทดสอบ ประจำปี 2563

## วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

| ข้อ | คำตอบ | ข้อ | คำตอบ |
|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 16 | 165 |
| 2 | 12 | 17 | 120 |
| 3 | 4 | 18 | 1 |
| 4 | 0 | 19 | 4 |
| 5 | 1 | 20 | 31 |
| 6 | 6 | 21 | 8 |
| 7 | 8 | 22 | 25 |
| 8 | 4 | 23 | 16 |
| 9 | 25 | 24 | 50 |
| 10 | 94 | 25 | 60 |
| 11 | 9 | 26 | 75 |
| 12 | 8 | 27 | 90 |
| 13 | 5 | 28 | 124 |
| 14 | 540 | 29 | 3 |
| 15 | 33 | 30 | 43 |

## คำอธิบาย

1. ให้ $x$ แทนความกว้างของทางเดิน
จากพื้นที่ของสนามหญ้า จะได้ว่า

$$(60-2x)(20-x)=750$$
$$2x^2-100x+1{,}200=750$$
$$x^2-50x+225=0$$
$$(x-5)(x-45)=0$$

จะได้ว่า $x=5$ หรือ 45
เนื่องจาก $0<x<20$ จะได้ว่า $x=5$
ดังนั้น ทางเดินกว้าง 5 เมตร

2. $(10^{10}+25)^2-(10^{10}-25)^2$

$=[(10^{10}+25)+(10^{10}-25)]$
$\times[(10^{10}+25)-(10^{10}-25)]$
$=(2\times10^{10})\times50$
$=10^{10}\times100$
$=10^{12}$

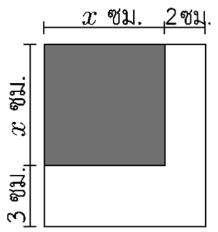
ดังนั้น $n=12$

3. แทน $x=\frac{4}{3}$ และ $y=0$ ลงในสมการ
$y=-3x+5(1-2k)$
จะได้ $0=-4+5-10k \quad \therefore\ k=\frac{1}{10}$
นั่นคือ สมการเชิงเส้นที่ได้เป็น $y=-3x+4$
พิจารณาจุดตัดบนแกน Y โดยการแทน $x=0$
ลงในสมการ $y=-3x+4$
จะได้ จุดตัดบนแกน Y คือ (0, 4)
ดังนั้น $h=4$

4. เนื่องจากคำตอบของสมการเชิงเส้นทั้งสองคือ
$x=b$ และ $y=0$
แทน $x=b$ และ $y=0$ ลงในสมการ
$-2x+y=5$ จะได้ $-2b+0=5 \quad \therefore\ b=-\frac{5}{2}$
แทน $x=-\frac{5}{2}$ และ $y=0$ ลงในสมการ
$x+3y=a$ จะได้ $a=-\frac{5}{2}$
ดังนั้น $a-b=\left(-\frac{5}{2}\right)-\left(-\frac{5}{2}\right)=\left(-\frac{5}{2}\right)+\frac{5}{2}=0$

5. เนื่องจาก $y=-x^2-4x-5=-(x+2)^2-1$
จะได้ว่าเป็นพาราโบลาคว่ำ จุดยอดคือ $(-2,\ -1)$
และมีพิกัดของจุดตัดบนแกน Y คือ $(0,\ -5)$

6.




ให้ $x$ แทนความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเดิม

จะได้ว่า $(x+2)(x+3)=2x^2$

$$x^2+5x+6=2x^2$$

$$x^2-5x-6=0$$

$$(x+1)(x-6)=0$$

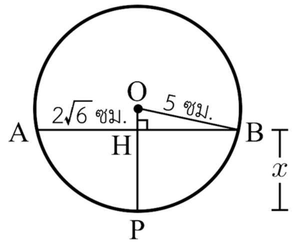
จะได้ว่า $x=-1$ หรือ 6

เนื่องจาก $x>0$ จะได้ว่า $x=6$

ดังนั้น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเดิมมีความยาวด้านละ 6 เซนติเมตร

7. เนื่องจากจำนวนนักเรียนทั้งหมดมี 40 คน
ดังนั้น นักเรียนที่สูงมากกว่าหรือเท่ากับ 155 เซนติเมตร แต่น้อยกว่า 160 เซนติเมตร
มี $40-(4+5+9+11+3)=8$ คน

8.




ให้ HP ยาว $x$ เซนติเมตร

จะได้ว่า $\mathrm{OH}=5-x$ เซนติเมตร

เนื่องจาก $\mathrm{AH}=\mathrm{HB}=2\sqrt{6}$ เซนติเมตร

จาก $\triangle\mathrm{OHB}$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ว่า $(5-x)^2+(2\sqrt{6})^2=5^2$

$$(x^2-10x+25)+24=25$$

$$x^2-10x+24=0$$

$$(x-4)(x-6)=0$$

จะได้ว่า $x=4$ หรือ 6

เนื่องจาก $x<5$ จะได้ว่า $x=4$

ดังนั้น HP ยาว 4 เซนติเมตร

9. เนื่องจาก $\mathrm{A\hat{C}A'}=30^\circ$ และ $\mathrm{CA}=\mathrm{CA'}$

จะได้ $\triangle\mathrm{ACA'}$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

นั่นคือ $\mathrm{A\hat{A}'C}=(180^\circ-30^\circ)\div 2=75^\circ$

เนื่องจาก $\hat{\mathrm{B}}'=\hat{\mathrm{B}}$

จะได้ว่า $50^\circ+(x+30^\circ)+75^\circ=180^\circ$

ดังนั้น $x=25^\circ$

10. ให้ $x$ แทนคะแนนสอบครั้งที่สี่ของแจ๊ค

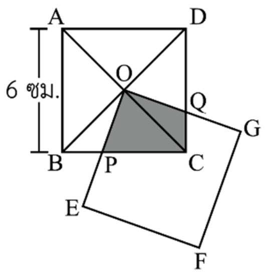
จะได้ว่า $\frac{83+87+89+x}{4} > 88$

$259+x > 352$

$x > 93$

ดังนั้น แจ๊คต้องสอบให้ได้คะแนนอย่างน้อย 94 คะแนน

11. เนื่องจาก $\mathrm{BO} = \mathrm{CO}$,




$\mathrm{O\hat{B}P} = \mathrm{O\hat{C}Q} = 45^\circ$

และ $\mathrm{B\hat{O}P} = 90^\circ - \mathrm{P\hat{O}C}$

$= \mathrm{C\hat{O}Q}$

จะได้ว่า $\triangle\mathrm{BPO} \cong \triangle\mathrm{CQO}$ (มุม-ด้าน-มุม)

ดังนั้น พื้นที่ของ $\square\mathrm{OPCQ}$

= พื้นที่ของ $\triangle\mathrm{POC}$ + พื้นที่ของ $\triangle\mathrm{CQO}$

= พื้นที่ของ $\triangle\mathrm{POC}$ + พื้นที่ของ $\triangle\mathrm{BPO}$

= พื้นที่ของ $\triangle\mathrm{OBC}$

$= \frac{1}{4} \times$ พื้นที่ของ $\square\mathrm{ABCD}$

$= \frac{1}{4} \times 6 \times 6$

= 9 ตารางเซนติเมตร

12. • $x^2 + Ax - 2 = (x+2)(x+c)$

$= x^2 + (2+c)x + 2c$

จะได้ $2c = -2 \quad \therefore c = -1$

ดังนั้น $A = 2 + c = 2 + (-1) = 1$

• $2x^2 + Bx + 6 = (x+2)(2x+d)$

$= 2x^2 + (4+d)x + 2d$

จะได้ $2d = 6 \quad \therefore d = 3$

ดังนั้น $B = 4 + d = 4 + 3 = 7$

$\therefore A + B = 1 + 7 = 8$

13. จากเงื่อนไข A จะได้ว่านักเรียนในชมรมฟันดาบที่ได้คะแนนวิชาดนตรีมากกว่า 90 คะแนน มี $1 + 1 = 2$ คน

ดังนั้น จำนวนนักเรียนในชมรมฟันดาบมีทั้งหมด $1 + 5 + 8 + 10 + 4 + 2 = 30$ คน

จากเงื่อนไข B จะได้ว่านักเรียนในชมรมศิลปะ มี $30 - 10 = 20$ คน

ดังนั้น จำนวนนักเรียนในชมรมศิลปะที่ได้คะแนนวิชาดนตรีมากกว่า 60 คะแนน แต่น้อยกว่า 70 คะแนน มี $20 - (2 + 1 + 8 + 3 + 1) = 5$ คน

14. ให้ราคาค่าเข้าชมการแสดงโชว์สัตว์เลี้ยงของเด็กเป็น $x$ บาท

คนที่เข้าชมการแสดงโชว์สัตว์เลี้ยงรอบเวลา 10 นาฬิกา

- คนที่อายุต่ำกว่า 7 ปี มี 1 คน
- มากกว่าหรือเท่ากับ 7 ปี แต่น้อยกว่า 14 ปี มี 3 คน
- มากกว่าหรือเท่ากับ 14 ปี แต่น้อยกว่า 20 ปี มี 3 คน
- มากกว่าหรือเท่ากับ 20 ปี แต่น้อยกว่า 65 ปี มี 18 คน
- มากกว่าหรือเท่ากับ 65 ปี มี 2 คน

ดังนั้น $(x \times 3) + (2x \times 3) + (3x \times 18) = 630$

$$63x = 630$$

$$x = 10$$

คนที่เข้าชมการแสดงโชว์สัตว์เลี้ยงรอบเวลา 11 นาฬิกา

- คนที่อายุต่ำกว่า 7 ปี มี 2 คน
- มากกว่าหรือเท่ากับ 7 ปี แต่น้อยกว่า 14 ปี มี 4 คน
- มากกว่าหรือเท่ากับ 14 ปี แต่น้อยกว่า 20 ปี มี 1 คน
- มากกว่าหรือเท่ากับ 20 ปี แต่น้อยกว่า 65 ปี มี 16 คน
- มากกว่าหรือเท่ากับ 65 ปี มี 6 คน

ดังนั้น $(4 \times 10) + (1 \times 20) + (16 \times 30) = 540$ บาท

15. ให้คนในกลุ่มนี้มี $x$ คน ซึ่ง $x < 40$

ถ้าซื้อบัตรตามจำนวนคน จะได้ว่าราคาบัตรเข้าชมทั้งหมดเป็น $200x$ บาท

ถ้าซื้อบัตรทั้งเล่ม (เล่มละ 40 ใบ) ราคาบัตรทั้งหมดเท่ากับ $40 \times 200 \times 0.8 = 6{,}400$ บาท

นั่นคือ ถ้าต้องการซื้อบัตรทั้งเล่มให้ถูกกว่า

จะได้ว่า $200x > 6{,}400$

$$x > 32$$

ดังนั้น ต้องมีคนอย่างน้อย 33 คน จึงจะทำให้การซื้อบัตรทั้งเล่มจ่ายเงินน้อยกว่าการซื้อบัตรตามจำนวนคน

16. เนื่องจาก กำไร = ราคาขาย – ต้นทุน

ตั้งราคาขายไว้ $x$ บาท

จะได้ว่า $0.8x - 120 \geq 120 \times 0.1$

$$8x - 1{,}200 \geq 120$$

$$8x \geq 1{,}320$$

$$x \geq 165$$

ดังนั้น ต้องตั้งราคาขายอย่างน้อย 165 บาท

17. พิจารณา $\triangle ACE$ และ $\triangle DCB$

จะได้ว่า $AC = DC$ และ $CE = CB$

และจาก $\hat{ACE} = 60^\circ + \hat{DCE} = \hat{DCB}$

ดังนั้น $\triangle ACE \cong \triangle DCB$ (ด้าน-มุม-ด้าน)

จาก $\hat{AEC} = \hat{DBC}$ จะได้ว่า

$$\hat{PEB} + \hat{PBE} = (60^\circ + \hat{AEC}) + (60^\circ - \hat{DBC})$$
$$= 120^\circ$$

นั่นคือ $\hat{EPB} = 180^\circ - (\hat{PEB} + \hat{PBE})$

$$= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

ดังนั้น $\hat{APB} = 180^\circ - \hat{EPB} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

18. $$\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{\left(2x - \frac{2}{x}\right)^2 + 16} + \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4}$$
$$= \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{4\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 16} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}$$
$$= \sqrt{(x-1)^2} + 2\sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}$$
$$= \sqrt{(x-1)^2} + 2\sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}$$

เนื่องจาก $0 < x < 1$

จะได้ $\frac{1}{x} > 1,\ x - 1 < 0,\ x + \frac{1}{x} > 0$

และ $x - \frac{1}{x} < 0$

ดังนั้น

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{\left(2x - \frac{2}{x}\right)^2 + 16} + \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4}$$
$$= \sqrt{(x-1)^2} + 2\sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}$$
$$= -(x-1) + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - \left(x - \frac{1}{x}\right)$$
$$= \frac{3}{x} + 1$$

19. จาก $1 < \sqrt{2} < 2$

จะได้ $-2 < -\sqrt{2} < -1$

$3 < 5 - \sqrt{2} < 4$

นั่นคือ $a = 3$ และ $b = (5 - \sqrt{2}) - 3 = 2 - \sqrt{2}$

ดังนั้น $$\frac{7}{b+2} + \frac{7}{2a - b} = \frac{7}{4 - \sqrt{2}} + \frac{7}{4 + \sqrt{2}}$$
$$= \frac{7(4 + \sqrt{2} + 4 - \sqrt{2})}{(4 - \sqrt{2})(4 + \sqrt{2})}$$
$$= \frac{56}{14}$$
$$= 4$$

20. พิจารณา $\triangle ADC$

เนื่องจาก $\overline{BF} \,//\, \overline{DC}$ จะได้ว่า

$A\hat{B}F = A\hat{D}C$, $A\hat{F}B = A\hat{C}D$ และมี

$\hat{A}$ เป็นมุมร่วม นั่นคือ $\triangle ABF \sim \triangle ADC$

จะได้ว่า
$$\frac{AB}{AD} = \frac{AF}{AC}$$
$$\frac{AD}{AB} = \frac{AC}{AF}$$
$$\frac{AB+BD}{AB} = \frac{AF+FC}{AF}$$
$$1+\frac{BD}{AB} = 1+\frac{FC}{AF}$$
$$\frac{BD}{AB} = \frac{FC}{AF}$$

นั่นคือ $BD : AB = FC : AF = 4 : 5$

พิจารณา $\triangle ADE$

เนื่องจาก $\overline{BC} \,//\, \overline{DE}$ จะได้ว่า

$A\hat{B}C = A\hat{D}E$, $A\hat{C}B = A\hat{E}D$ และมี

$\hat{A}$ เป็นมุมร่วม นั่นคือ $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

จะได้ว่า
$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$
$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$
$$\frac{AB+BD}{AB} = \frac{AC+CE}{AC}$$
$$1+\frac{BD}{AB} = 1+\frac{CE}{AC}$$
$$\frac{BD}{AB} = \frac{CE}{AC}$$

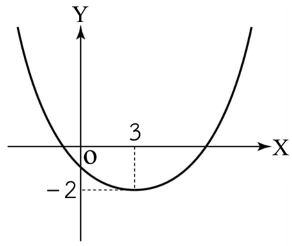
ดังนั้น $BD : AB = CE : AC$

$$4 : 5 = CE : 9 \qquad \therefore CE = \frac{36}{5}$$

นั่นคือ $p = 36$ และ $q = 5$

ดังนั้น $p - q = 36 - 5 = 31$

21. เนื่องจากกราฟ $y = a(x-3)^2 - 2$ เป็นกราฟพาราโบลา และจุดยอดของกราฟคือ $(3, -2)$ เมื่อกราฟผ่านทั้งสี่จตุภาค จะได้ว่าเป็นกราฟพาราโบลาหงาย นั่นคือ $a > 0$ เนื่องจากจุดตัดกับแกน Y ต้องอยู่ใต้แกน X




แทน $x = 0$ ลงในสมการ $y = a(x-3)^2 - 2$

จะได้ $y = 9a - 2$

จาก $a > 0$ จะได้ว่า $9a - 2 < 0 \quad \therefore a < \frac{2}{9}$

จาก $a > 0$ และ $a < \frac{2}{9}$ ดังนั้น $0 < a < \frac{2}{9}$

นั่นคือ $k = \frac{2}{9}$

ดังนั้น $36k = 36 \times \frac{2}{9} = 8$

22. ถ้าราคาสินค้าชิ้นละ $x$ บาท และจำนวนเงินที่ขายสินค้าได้ทั้งหมด $y$ บาท

เนื่องจาก $400 + 10(10 - x) = 500 - 10x$

จะได้ว่า
$$\begin{aligned} y &= x(500 - 10x) \\ &= -10x^2 - 500x \\ &= -10(x^2 - 50x + 625) + 6{,}250 \\ &= -10(x - 25)^2 + 6{,}250 \end{aligned}$$

ดังนั้น วันที่ขายสินค้าได้เงินมากที่สุด ต้องขายสินค้าชิ้นละ 25 บาท

23. ให้จำนวนนับจำนวนนั้นเป็น $k$ และจำนวนคู่ (หรือจำนวนคี่) สี่จำนวนที่เรียงต่อกันเป็น $x,\ x+2,\ x+4,\ x+6$ จะได้ว่า

$x(x+2)(x+4)(x+6)+k$

$= x(x+6)(x+2)(x+4)+k$

$= (x^2+6x)(x^2+6x+8)+k$

$= A(A+8)+k$ (ให้ $x^2+6x = A$)

$= A^2+8A+k$

เนื่องจาก $A^2+8A+k$ เป็นจำนวนกำลังสองสมบูรณ์ จะได้ $k = \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16$

ดังนั้น ถ้าบวก 16 กับผลคูณของจำนวนคู่ (หรือจำนวนคี่) สี่จำนวนที่เรียงต่อกัน จะได้เป็นจำนวนกำลังสองสมบูรณ์เสมอ

24. $(1+x-y)^2-(x+y)^2$

$= [(1+x-y)+(x+y)][(1+x-y)-(x+y)]$

$= (1+2x)(1-2y)$

$= -15$

$\therefore (2x+1)(2y-1) = 15$

จาก $x$ และ $y$ เป็นจำนวนนับ

จะได้ว่า $2x+1$ และ $2y-1$ เป็นจำนวนนับ

เมื่อ $2x+1 = 1$ และ $2y-1 = 15$

จะได้ $x = 0$ และ $y = 8$ (ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไข)

เมื่อ $2x+1 = 3$ และ $2y-1 = 5$

จะได้ $x = 1$ และ $y = 3$

เมื่อ $2x+1 = 5$ และ $2y-1 = 3$

จะได้ $x = 2$ และ $y = 2$

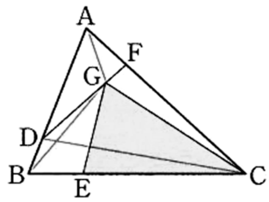
เมื่อ $2x+1 = 15$ และ $2y-1 = 1$

จะได้ $x = 7$ และ $y = 1$

ดังนั้น ค่าที่มากที่สุดของ $x^2+y^2$ คือ

$x^2+y^2 = 7^2+1^2 = 50$

25. ถ้าให้พื้นที่ของ $\triangle$DBG เป็น $a$ ตารางหน่วย และพื้นที่ของ $\triangle$BEG เป็น $b$ ตารางหน่วย




จาก พื้นที่ของ $\square$DBEG = 26 ตารางหน่วย

จะได้ว่า $a+b = 26$

เนื่องจาก AD : DB = 3 : 1 จะได้ว่า

พื้นที่ของ $\triangle$ADG = 3 × พื้นที่ของ $\triangle$DBG = $3a$

เนื่องจาก DG : GF = 3 : 1 จะได้ว่า

พื้นที่ของ $\triangle$AGF = $\frac{1}{3}$ × พื้นที่ของ $\triangle$ADG

= พื้นที่ของ $\triangle$DBG = $a$

เนื่องจาก CF : FA = 3 : 1 จะได้ว่า

พื้นที่ของ $\triangle$GCF = 3 × พื้นที่ของ $\triangle$AGF = $3a$

เนื่องจาก DG : GF = 3 : 1 จะได้ว่า

พื้นที่ของ $\triangle$GDC = 3 × พื้นที่ของ$\triangle$GCF

$= 3 \times 3a = 9a$

จาก พื้นที่ของ $\triangle$ADC

= พื้นที่ของ $\triangle$ADG + พื้นที่ของ $\triangle$AGF

+ พื้นที่ของ $\triangle$GCF + พื้นที่ของ $\triangle$GDC

$= 16a$

เนื่องจาก AD : DB = 3 : 1 จะได้ว่า

พื้นที่ของ $\triangle$DBC = $\frac{1}{3}$ × พื้นที่ของ $\triangle$ADC

$= \frac{16}{3}a$

เนื่องจาก BE : EC = 1 : 3 จะได้ว่า

พื้นที่ของ $\triangle$GEC = 3 × พื้นที่ของ $\triangle$GBE = $3b$

พื้นที่ของ $\square$GDBC

= พื้นที่ของ $\triangle$DBC + พื้นที่ของ $\triangle$GDC

= พื้นที่ของ $\triangle$DBG + พื้นที่ของ $\triangle$GBE

+ พื้นที่ของ $\triangle$GEC

นั่นคือ $\frac{16}{3}a + 9a = a + b + 3b \quad \therefore\ a = \frac{3}{10}b$

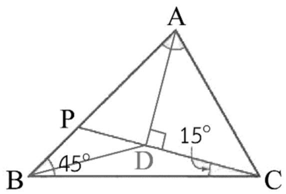
ถ้าแทนที่ $a = \frac{3}{10}b$ ลงใน $a + b = 26$

จะได้ $\frac{3}{10}b + b = 26$

$\frac{13}{10}b = 26 \quad \therefore\ b = 20$

ดังนั้น พื้นที่ของ $\triangle GEC = 3b = 60$ ตารางหน่วย

26.




ลากเส้นตรงจากจุด A มาตั้งฉากกับ $\overline{PC}$ ที่จุด D

เนื่องจาก $\hat{APD} = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ$

จะได้ $\hat{PAD} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

นั่นคือ $\triangle APD$ เป็นหนึ่งส่วนจากการแบ่งรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าด้วยเส้นตั้งฉาก

เนื่องจาก $PD = \frac{1}{2}AP = PB$

จะได้ว่า $\triangle PBD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

เนื่องจาก $\hat{PBD} = \hat{PDB}$

และ $\hat{APD}$ เป็นมุมภายนอกของ $\triangle PBD$

ดังนั้น $\hat{PBD} = \frac{1}{2}\hat{APD} = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

$\therefore\ \hat{DBC} = \hat{ABC} - \hat{ABD} = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$

เนื่องจาก $\hat{DBC} = \hat{DCB} = 15^\circ$

จะได้ว่า $\triangle BDC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ดังนั้น $DB = DC$

เนื่องจาก $\hat{DBA} = \hat{DAB} = 30^\circ$

จะได้ว่า $\triangle ADB$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ดังนั้น $DB = DA$

จาก $DB = DC$ และ $DB = DA$ จะได้ $DA = DC$

ดังนั้น $\triangle ADC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

จะได้ว่า $\hat{DAC} = \hat{DCA} = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$

ดังนั้น $\hat{BAC} = \hat{PAD} + \hat{DAC} = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$

27. ให้ $EP = x$ เซนติเมตร จะได้ $AE = x$ เซนติเมตร

และ $EB = 9 - x$ เซนติเมตร

จาก $\triangle EPB$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

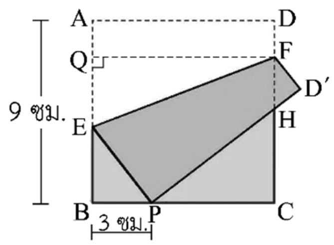
จะได้ $x^2 = 3^2 + (9 - x)^2$

$x^2 = 9 + 81 - 18x + x^2$

$18x = 90$

$x = 5$

ให้ H เป็นจุดตัดของ PD′ กับ DC จะได้




เนื่องจาก $\hat{BPE} + \hat{HPC} = 90^\circ$

จะได้ว่า $\hat{BEP} = 90^\circ - \hat{BPE}$

$= 90^\circ - (90^\circ - \hat{HPC})$

$= \hat{HPC}$

ดังนั้น $\triangle EBP \sim \triangle PCH$

จะได้ว่า $\frac{EB}{PC} = \frac{BP}{CH}$

$\frac{4}{6} = \frac{3}{CH}$

$CH = \frac{9}{2}$

ให้ $FD' = y$ เซนติเมตร จะได้ $DF = y$ เซนติเมตร

จาก $D'\hat{H}F = C\hat{H}P$ (มุมตรงข้าม)

ดังนั้น $\triangle HPC \sim \triangle HFD'$

นั่นคือ $\triangle PEB \sim \triangle HFD'$

จะได้ว่า $\frac{PE}{HF} = \frac{EB}{FD'}$

$\frac{5}{HF} = \frac{4}{y}$

$\therefore\ HF = \frac{5}{4}y$

เนื่องจาก $DC = DF + FH + HC$

ดังนั้น $9 = y + \frac{5}{4}y + \frac{9}{2}$ $\therefore\ y = 2$

ลากเส้นตรงจากจุด F ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ ที่จุด Q

จะได้ $EQ = BQ - BE$

$= CF - BE$

$= (CH + HF) - BE$

$= \left(\frac{9}{2} + \frac{5}{2}\right) - 4$

$= 3$ เซนติเมตร

จาก $\triangle QEF$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $EF = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90}$

นั่นคือ $a = \sqrt{90}$

ดังนั้น $a^2 = 90$

28. ค่าเฉลี่ยของราคาหนังสือเล่มที่หนึ่งและเล่มที่สอง คือ 90 บาท

ค่าเฉลี่ยของราคาหนังสือเล่มที่หนึ่งถึงเล่มที่สาม คือ $90 + (2 \times 1) = 92$ บาท

$\vdots$

ค่าเฉลี่ยของราคาหนังสือเล่มที่หนึ่งถึงเล่มที่เก้า คือ $90 + (2 \times 7) = 104$ บาท

ค่าเฉลี่ยของราคาหนังสือเล่มที่หนึ่งถึงเล่มที่สิบ คือ $90 + (2 \times 8) = 106$ บาท

จะได้ว่า $\frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_{10}}{10} = 106$ และ

$\frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_9}{9} = 104$

ดังนั้น $x_{10} = (x_1 + x_2 + \cdots + x_{10})$

$- (x_1 + x_2 + \cdots + x_9)$

$= 1{,}060 - 936$

$= 124$ บาท

29. เนื่องจาก $1 < \sqrt{3} < 2$ จะได้ว่า

ภาคเศษส่วนของ $\sqrt{3}$ คือ $\sqrt{3} - 1$

ดังนั้น $A_1 = \sqrt{3} - 1$

$$\frac{1}{A_1} = \frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

เนื่องจาก $1 < \frac{\sqrt{3}+1}{2} < \frac{3}{2}$ จะได้ว่า

ภาคเศษส่วนของ $\frac{1}{A_1}$ คือ $\frac{\sqrt{3}+1}{2} - 1 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$

ดังนั้น $A_2 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$

$$\frac{1}{A_2} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \sqrt{3}+1$$

เนื่องจาก $2 < \sqrt{3}+1 < 3$ จะได้ว่า

ภาคเศษส่วนของ $\frac{1}{A_2}$ คือ $(\sqrt{3}+1) - 2 = \sqrt{3} - 1$

ดังนั้น $A_3 = \sqrt{3} - 1$

ด้วยวิธีการเดียวกับด้านบน จะได้ว่า

$A_1 = A_3 = A_5 = \cdots = \sqrt{3-1}$

$A_2 = A_4 = A_6 = \cdots = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$

ดังนั้น $A_{2020} = \frac{\sqrt{3}-1}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}$

นั่นคือ $a = -\frac{1}{2}$ และ $b = \frac{1}{2}$

ดังนั้น $-12ab = -12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = 3$

30. จาก $x^2 - 2x - b = (x+c)(x+d)$

$$= x^2 + (c+d)x + cd$$

จะได้ $c+d = -2$ และ $cd = -b$

นั่นคือ $c$ และ $d$ เป็นตัวประกอบของ $b$ และผลต่างของสองจำนวนเต็มนี้คือ 2

ต้องการแยกตัวประกอบของพหุนามให้อยู่ในรูปผลคูณของพหุนามดีกรีหนึ่งที่มีสัมประสิทธิ์ของ $x$ เป็นจำนวนเต็ม จะได้ว่าพจน์ค่าคงตัวต้องสามารถแสดงได้เป็นผลคูณของสองจำนวนเต็มที่มีผลต่างเป็น 2

นั่นคือ จำนวนที่สามารถเป็น $b$ ได้ คือ $1 \times 3 = 3$, $2 \times 4 = 8$, $3 \times 5 = 15$, ... , $43 \times 45 = 1,935$

ดังนั้น มีพหุนามที่แยกตัวประกอบแล้วอยู่ในรูปผลคูณของพหุนามดีกรีหนึ่งที่มีสัมประสิทธิ์ของ $x$ เป็นจำนวนเต็มทั้งหมด 43 จำนวน