



การประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ประจำปี 2563 (TEDET)

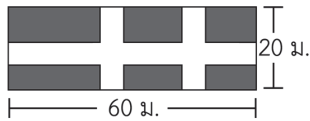
วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ชื่อ-นามสกุล	โรงเรียน
--------------	----------

**คำชี้แจง**

- ข้อสอบคณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 30 ข้อ
- กรณีที่ข้อสอบเป็นแบบมีตัวเลือก ให้ตอบหมายเลขข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว
- กรณีที่ข้อสอบต้องคำนวณหาคำตอบ คำตอบที่ได้จะเป็นจำนวนที่ไม่เกิน 3 หลักเท่านั้น คือ หลักหน่วย หลักสิบ และหลักร้อย
- เวลาในการทำข้อสอบคณิตศาสตร์ 90 นาที

- สร้างทางเดินที่มีความกว้างเท่ากันบนที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และพื้นที่ที่เหลือ (ส่วนที่แรเงา) ทำเป็นสนามหญ้า ดังรูป



ถ้าพื้นที่ของสนามหญ้าทั้งหมดเท่ากับ 750 ตารางเมตร จงหาว่าทางเดินกว้างกี่เมตร

- ถ้า  $(10^{10} + 25)^2 - (10^{10} - 25)^2 = 10^n$  โดยที่  $n$  เป็นจำนวนนับ จงหาค่าของ  $n$

- ให้  $k$  เป็นค่าคงตัว

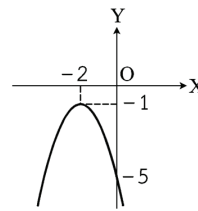
ถ้ากราฟของสมการเชิงเส้น  $y = -3x + 5(1 - 2k)$  มีจุดตัดบนแกน X คือ  $(\frac{4}{3}, 0)$  และจุดตัดบนแกน Y คือ  $(0, h)$  จงหาค่าของ  $h$

- ถ้า  $x = b$  และ  $y = 0$  เป็นคำตอบของสมการ  $-2x + y = 5$  และ  $x + 3y = a$  โดยที่  $a$  และ  $b$  เป็นค่าคงตัว จงหาค่าของ  $a - b$

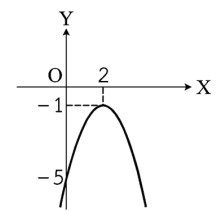
- กราฟในข้อใดเป็นกราฟของสมการกำลังสอง

$$y = -x^2 - 4x - 5$$

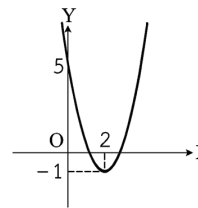
①



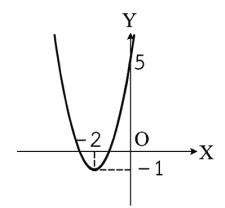
②



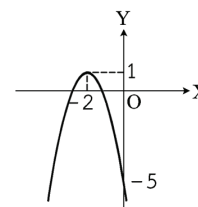
③



④

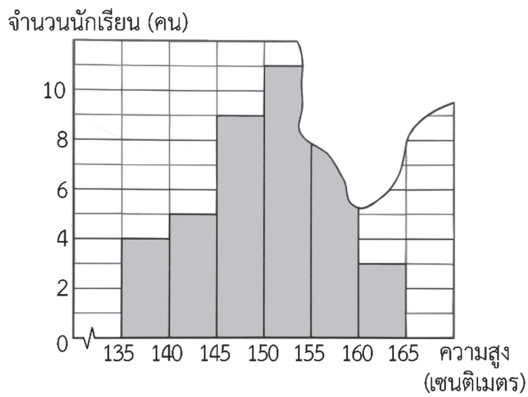


⑤



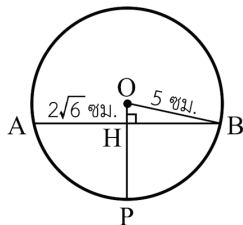
6. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่ง ถ้าเพิ่มความยาวด้านแนวนอนอีก 2 เซนติเมตร และเพิ่มความยาวด้านแนวตั้งอีก 3 เซนติเมตร พบว่า รูปสี่เหลี่ยมรูปใหม่จะมีพื้นที่เป็น 2 เท่าของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเดิม จงหาว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเดิมมีความยาวด้านละกี่เซนติเมตร

7. ฮิสโทแกรมแสดงความสูงของนักเรียนในห้องหนึ่งจำนวน 40 คน แต่กระดาษฉีกขาดไปส่วนหนึ่ง



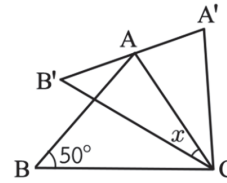
จงหาว่านักเรียนที่สูงมากกว่าหรือเท่ากับ 155 เซนติเมตร แต่ต่ำกว่า 160 เซนติเมตร มีกี่คน

8.



จากรูป ถ้า O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม  
 $OB = 5$  เซนติเมตร และ  $AH = 2\sqrt{6}$  เซนติเมตร  
 จงหาว่า HP ยาวกี่เซนติเมตร

9.



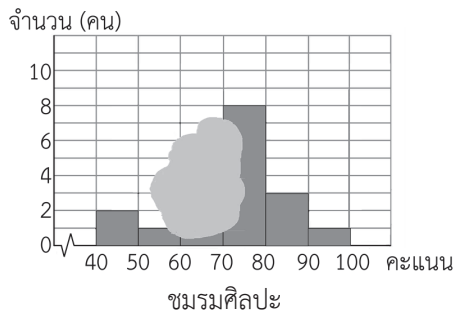
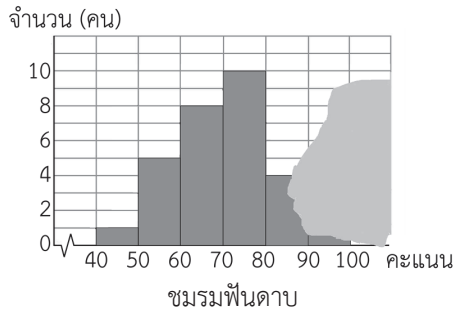
จากรูป  $A'B'C$  เป็นรูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากการหมุนรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  ไป  $30^\circ$  ในทิศตามเข็มนาฬิกา โดยจุด  $C$  เป็นจุดหมุน ซึ่งทำให้จุด  $B'$  จุด  $A$  และจุด  $A'$  อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน  
 จงหาว่ามุม  $x$  กางกี่องศา

10. จากการสอบคณิตศาสตร์สี่ครั้ง คะแนนสอบแต่ละครั้งเป็นจำนวนเต็ม แจ็คได้คะแนนสอบครั้งที่หนึ่ง ครั้งที่สอง และครั้งที่สามเป็น 83 คะแนน 87 คะแนน และ 89 คะแนนตามลำดับ ถ้าแจ็คต้องการให้ได้คะแนนเฉลี่ยจากการสอบทั้งสี่ครั้งนี้มากกว่า 88 คะแนน จงหาว่าในการสอบครั้งที่สี่ แจ็คต้องสอบให้ได้คะแนนอย่างน้อยกี่คะแนน

11. นำกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาวด้านละ 6 เซนติเมตร สองแผ่น มาวางซ้อนกัน โดยให้มุมของกระดาษแผ่นหนึ่งอยู่ที่จุดตัดของเส้นทแยงมุมของกระดาษอีกแผ่นหนึ่ง  
 จงหาว่าพื้นที่ของส่วนที่ซ้อนทับกันเท่ากับกี่ตารางเซนติเมตร

12. ให้  $x+2$  เป็นตัวประกอบของ  $x^2 + Ax - 2$  และ  $2x^2 + Bx + 6$   
จงหาค่าของ  $A+B$

13. อีสโทแกรมแสดงคะแนนวิชาดนตรีของนักเรียนในชมรม ฟันดาบและชมรมศิลปะ แต่มีรอยเปื้อนหมึกทำให้มองไม่เห็นข้อมูลบางส่วน



จากเงื่อนไขต่อไปนี้

- A. นักเรียนที่ได้คะแนนวิชาดนตรีมากกว่า 90 คะแนน ในชมรมฟันดาบมากกว่าชมรมศิลปะอยู่ 1 คน  
B. นักเรียนในชมรมฟันดาบมากกว่านักเรียนในชมรม ศิลปะอยู่ 10 คน

จงหาว่านักเรียนในชมรมศิลปะที่ได้คะแนนวิชาดนตรี มากกว่า 60 คะแนน แต่ไม่น้อยกว่า 70 คะแนน มีกี่คน

14. แผนภาพต้น - ใบ แสดงอายุของคนที่เข้าชมการแสดงโชว์ สัตว์เลี้ยงในวันหนึ่ง รอบเวลา 10 นาฬิกา และ 11 นาฬิกา

(1 | 4 คือ 14 ปี)

ใบ (10 นาฬิกา)	ต้น	ใบ (11 นาฬิกา)
7 7 6	0	1 3 8
5 4 4 1	1	0 2 3 8
1 1 0	2	4 5 8 9
8 7 4 2 2	3	1 6 7
8 7 2 1	4	3 3 5 6
6 6 5	5	0 2 4
7 1 1 0	6	2 4 5 5 9
0	7	1 6 6

และมีข้อมูลค่าตัวเข้าชม ดังนี้

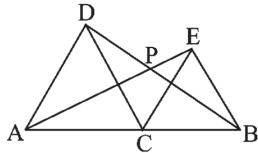
- อายุต่ำกว่า 7 ปี เข้าชมฟรี
- อายุมากกว่าหรือเท่ากับ 7 ปี แต่ไม่น้อยกว่า 14 ปี คิดราคาเด็ก
- อายุมากกว่าหรือเท่ากับ 14 ปี แต่ไม่น้อยกว่า 20 ปี คิด 2 เท่าของราคาเด็ก
- อายุมากกว่าหรือเท่ากับ 20 ปี แต่ไม่น้อยกว่า 65 ปี คิด 3 เท่าของราคาเด็ก
- อายุมากกว่าหรือเท่ากับ 65 ปี เข้าชมฟรี

ถ้าค่าตัวเข้าชมการแสดงโชว์สัตว์เลี้ยงทั้งหมดของรอบเวลา 10 นาฬิกา คือ 630 บาท จงหาว่าค่าตัวเข้าชมการแสดง โชว์สัตว์เลี้ยงทั้งหมดของรอบเวลา 11 นาฬิกา เป็นกี่บาท

15. บัตรเข้าชมพิพิธภัณฑ์ศิลปะสำหรับหนึ่งคน ราคาใบละ 200 บาท ถ้าซื้อเป็นเล่ม เล่มละ 40 ใบ จะได้ลดราคา 20% ถ้ามีคนในกลุ่มน้อยกว่า 40 คน จงหาว่าต้องมีคนอย่างน้อย กี่คน จึงจะทำให้การซื้อบัตรทั้งเล่มจ่ายเงินน้อยกว่าการซื้อ บัตรตามจำนวนคน

16. สินค้าชิ้นหนึ่งมีต้นทุน 120 บาท ถ้าต้องการตั้งราคาขายที่เมื่อลดราคา 20% จากราคาที่ตั้งไว้แล้วยังได้กำไรมากกว่าหรือเท่ากับ 10% จงหาว่าต้องตั้งราคาขายอย่างน้อยกี่บาท

17. ให้  $\triangle ACD$  และ  $\triangle CBE$  เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ดังรูป



ถ้าจุด P คือ จุดตัดของ  $\overline{AE}$  กับ  $\overline{BD}$

จงหาว่า  $\angle APB$  กว้างกี่องศา

18. ถ้า  $0 < x < 1$  แล้ว

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{\left(2x - \frac{2}{x}\right)^2 + 16} + \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2} - 4$$

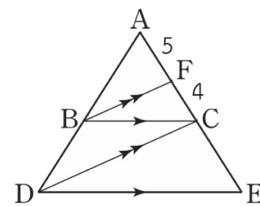
เขียนเป็นรูปอย่างง่ายได้ดังข้อใด

- ①  $\frac{3}{x} + 1$                       ②  $2x + \frac{1}{x} + 1$   
 ③  $2x + \frac{3}{x} - 1$                 ④  $4x + \frac{1}{x} - 1$   
 ⑤  $-4x - \frac{1}{x+1}$

19. ให้  $5 - \sqrt{2} = a + b$  โดยที่  $a$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $b$  เป็นจำนวนจริง ซึ่ง  $0 \leq b < 1$

จงหาค่าของ  $\frac{7}{b+2} + \frac{7}{2a-b}$

- 20.



จากรูป  $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ ,  $\overline{BF} \parallel \overline{DC}$ ,  $AF = 5$  หน่วย และ  $FC = 4$  หน่วย

ถ้า  $CE = \frac{p}{q}$  หน่วย โดยที่ ห.ร.ม. ของ  $p$  และ  $q$  เป็น 1

จงหาค่าของ  $p - q$

21. ให้  $k$  เป็นจำนวนจริง

ถ้ากราฟของสมการกำลังสอง  $y = a(x - 3)^2 - 2$

ผ่านทั้งสี่จุดภาค สำหรับทุกจำนวนจริง  $a$  ซึ่ง  $0 < a < k$

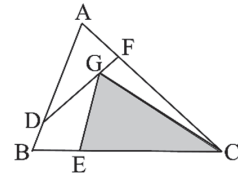
จงหาค่าของ  $36k$

22. ถ้าในวันแรกขายสินค้าชิ้นละ 10 บาท จะขายสินค้าได้ 400 ชิ้น ในวันต่อ ๆ ไป ขึ้นราคาสินค้าชิ้นละ 1 บาทต่อวัน จะขายสินค้าได้น้อยลงวันละ 10 ชิ้น จงหาว่าวันที่ขายสินค้าได้เงินมากที่สุดต้องขายสินค้าชิ้นละ กี่บาท

23. จำนวนนับจำนวนหนึ่งบวกกับผลคูณของจำนวนคู่สี่จำนวนที่เรียงต่อกันหรือจำนวนคี่สี่จำนวนที่เรียงต่อกัน จะได้เป็นจำนวนกำลังสองสมบูรณ์เสมอ จงหาว่าจำนวนนับจำนวนนี้คือจำนวนใด (จำนวนกำลังสองสมบูรณ์ คือ จำนวนเต็มที่สามารถเขียนในรูปกำลังสองของจำนวนเต็มจำนวนหนึ่งได้)

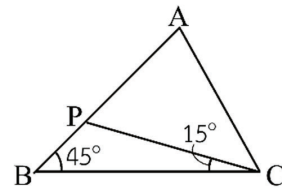
24. ถ้า  $(1 + x - y)^2 - (x + y)^2 = -15$  โดยที่  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนนับ จงหาค่าที่มากที่สุดของ  $x^2 + y^2$

25. ให้  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยม ที่มีจุด  $D, E, F$  อยู่บน  $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$  ตามลำดับ ซึ่งทำให้  $AD : DB = 3 : 1, BE : EC = 1 : 3, CF : FA = 3 : 1$  และมีจุด  $G$  อยู่บน  $\overline{DF}$  ซึ่งทำให้  $DG : GF = 3 : 1$



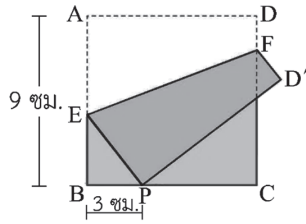
- ถ้าพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม  $DBEG$  เท่ากับ 26 ตารางหน่วย จงหาว่าพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม  $GEC$  เท่ากับกี่ตารางหน่วย

26. ให้  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม มีจุด  $P$  อยู่บน  $\overline{AB}$  ซึ่งทำให้  $AP = 2BP, \hat{ABC} = 45^\circ$  และ  $\hat{BCP} = 15^\circ$  ดังรูป



- จงหาว่า  $\hat{BAC}$  กางกี่องศา

27.



จากรูป ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาวด้านละ 9 เซนติเมตร จุด P อยู่บนด้าน BC โดยที่  $BP = 3$  เซนติเมตร พับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสนี้โดยให้จุด A มาบรรจบกับจุด P ถ้า  $EF = a$  เซนติเมตร จงหาค่าของ  $a^2$

28. ลิขัสำรวจราคาหนังสือ 10 เล่ม แล้วคำนวณราคาเฉลี่ยของหนังสือที่เพิ่มขึ้นทีละหนึ่งเล่มตามขั้นตอนดังนี้

- (1) ราคาหนังสือสองเล่มแรกเป็น  $x_1$  บาท และ  $x_2$  บาท ตามลำดับ หาราคาเฉลี่ยของหนังสือทั้งสองเล่ม
- (2) เพิ่มหนังสือเล่มที่สาม ราคา  $x_3$  บาท และหาคาเฉลี่ยของหนังสือทั้งสามเล่ม
- (3) เพิ่มหนังสือเล่มที่สี่ ราคา  $x_4$  บาท และหาคาเฉลี่ยของหนังสือทั้งสี่เล่ม
- ⋮
- (9) เพิ่มหนังสือเล่มสุดท้าย ราคา  $x_{10}$  บาท และหาคาเฉลี่ยของหนังสือทั้งหมด

จากขั้นตอนข้างต้น ถ้าราคาเฉลี่ยของหนังสือสองเล่มแรกคือ 90 บาท และทุกครั้งที่เพิ่มหนังสือหนึ่งเล่ม ราคาเฉลี่ยจะเพิ่มขึ้นครั้งละ 2 บาท

จงหาค่าของ  $x_{10}$

29.

จำนวนจริง  $x$  เขียนให้อยู่ในรูป  $a + b$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $b$  เป็นจำนวนจริง โดยที่  $0 \leq b < 1$  จะเรียก  $b$  ว่า ภาคเศษส่วน (fractional part) ของ  $x$

ถ้าภาคเศษส่วนของ  $\sqrt{3}$  คือ  $A_1$

ภาคเศษส่วนของ  $\frac{1}{A_1}$  คือ  $A_2$

ภาคเศษส่วนของ  $\frac{1}{A_2}$  คือ  $A_3$

ภาคเศษส่วนของ  $\frac{1}{A_3}$  คือ  $A_4$

⋮

และ  $A_{2020} = a + b\sqrt{3}$

จงหาค่าของ  $-12ab$

30. จากพหุนามจำนวน 2,020 พหุนาม ต่อไปนี้

$$x^2 - 2x - 1, x^2 - 2x - 2, x^2 - 2x - 3, \dots, x^2 - 2x - 2020$$

จงหาว่ามีพหุนามทั้งหมดที่สามารถแยกตัวประกอบแล้วอยู่ในรูปผลคูณของพหุนามดีกรีหนึ่งที่มีสัมประสิทธิ์ของ  $x$  เป็นจำนวนเต็มกี่พหุนาม