

โครงการประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์  
(Thailand Educational Development and Evaluation Tests)

เฉลยแบบทดสอบ ประจำปี 2564

วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	3	16	3
2	6	17	39
3	2	18	216
4	25	19	5
5	41	20	352
6	8	21	3
7	3	22	4
8	27	23	3
9	4	24	27
10	864	25	50
11	64	26	5
12	16	27	2
13	50	28	94
14	2	29	210
15	6	30	199

**คำอธิบาย**

1. เนื่องจาก  $11 : 7 : 10 = \frac{11}{7} : 1 : \frac{10}{7} = x : 1 : y$

จะได้ว่า  $x = \frac{11}{7}$  และ  $y = \frac{10}{7}$

ดังนั้น  $x + y = \frac{11}{7} + \frac{10}{7} = \frac{21}{7} = 3$

2.  $\sqrt{45} + \sqrt{128} - \sqrt{20} - \sqrt{18}$   
 $= 3\sqrt{5} + 8\sqrt{2} - 2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$   
 $= 5\sqrt{2} + \sqrt{5}$

จะได้ว่า  $a = 5$  และ  $b = 1$

ดังนั้น  $a + b = 5 + 1 = 6$

3. เนื่องจาก พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เป็น

$\frac{1}{2}$  ของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD

และพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม EBH เป็น  $\frac{1}{4}$  ของ

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD

จะได้ว่า พื้นที่ของส่วนที่แรเงาเป็น  $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

ของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD

จากพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม EFH เป็น  $\frac{1}{2}$  ของ

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส EFGH

และ ABCD และ EFGH เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มี  
ขนาดเท่ากัน

ดังนั้น พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม EFH เป็น 2 เท่า

ของพื้นที่ของส่วนที่แรเงา

4. ผู้บริจาคที่บริจาค 200 บาท มี 3 คน รวมเป็นเงิน  
 $200 \times 3 = 600$  บาท

ผู้บริจาคที่บริจาค 300 บาท มี 5 คน รวมเป็นเงิน  
 $300 \times 5 = 1,500$  บาท

ผู้บริจาคที่บริจาค 400 บาท มี 10 คน รวมเป็นเงิน  
 $400 \times 10 = 4,000$  บาท

ผู้บริจาคที่บริจาค 600 บาท มี 4 คน รวมเป็นเงิน  
 $600 \times 4 = 2,400$  บาท

จะได้ว่า เงินที่ได้รับจากผู้บริจาคที่บริจาค 500 บาท  
 $= 10,000 - 600 - 1,500 - 4,000 - 2,400$   
 $= 1,500$  บาท

นั่นคือ ผู้บริจาคที่บริจาค 500 บาท มี

$1,500 \div 500 = 3$  คน

ดังนั้น มีผู้บริจาคทั้งหมด  $3 + 5 + 10 + 3 + 4 = 25$  คน

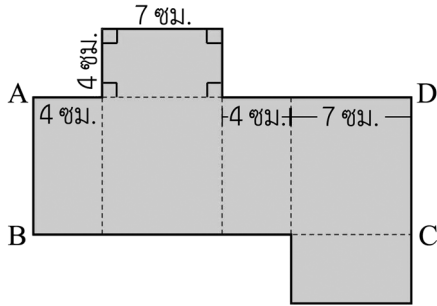
5. น้ำหนักมันฝรั่งที่เก็บเกี่ยวได้ของครอบครัว A คือ  
32 กิโลกรัม ครอบครัว B คือ 27 กิโลกรัม และ  
ครอบครัว D คือ 52 กิโลกรัม

เนื่องจากค่าเฉลี่ยของน้ำหนักมันฝรั่งที่เก็บเกี่ยวได้  
ทั้งสิ้นครอบครัวเป็น 38 กิโลกรัม

จะได้ว่าน้ำหนักมันฝรั่งที่เก็บเกี่ยวได้ทั้งสิ้นครอบครัว  
คือ  $38 \times 4 = 152$  กิโลกรัม

ดังนั้น น้ำหนักมันฝรั่งที่เก็บเกี่ยวได้ของครอบครัว C  
เท่ากับ  $152 - (32 + 27 + 52) = 152 - 111$   
 $= 41$  กิโลกรัม

6.



จะได้ว่า  $AD = 4 + 7 + 4 + 7 = 22$  เซนติเมตร

ดังนั้น  $DC = 176 \div 22 = 8$  เซนติเมตร

7. ถ้า  $\sqrt{2n}$  เป็นจำนวนนับ

จะได้ว่า  $n = 2 \times k^2$  เมื่อ  $k$  เป็นจำนวนนับ

เนื่องจาก  $1 < n < 20$  จะได้ว่า

$$n = 2 \times 1^2 = 2, n = 2 \times 2^2 = 8, n = 2 \times 3^2 = 18$$

ดังนั้น มี  $n$  ทั้งหมด 3 จำนวน ที่ทำให้  $\sqrt{2n}$  เป็นจำนวนนับ

8. เนื่องจาก  $x = 0.384615384615\dots$

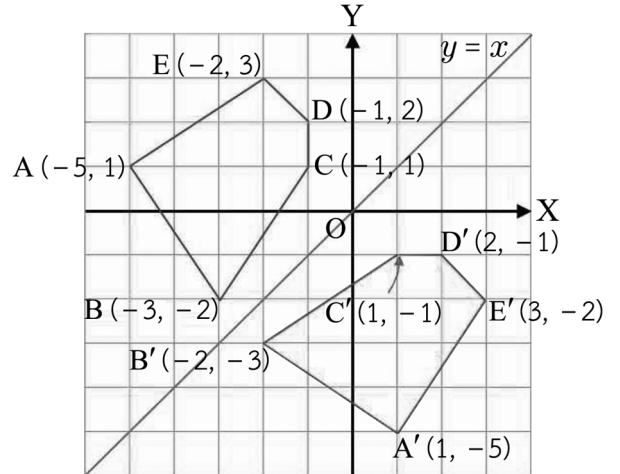
$$\text{จะได้ว่า } 1 - x = 1 - 0.384615384615\dots$$

$$= 0.615384615384\dots$$

$$\text{ดังนั้น } a + b + c + d + e + f = 6 + 1 + 5 + 3 + 8 + 4$$

$$= 27$$

9.



ดังนั้น พิกัดของจุดในข้อ ④ ถูกต้อง

10. เนื่องจากความยาวของเส้นขอบของแท่งไม้ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่สั้นที่สุดคือ 12 เซนติเมตร  
จะได้ว่า ความยาวของเส้นขอบหนึ่งเส้นของลูกบาศก์ไม้ที่ใหญ่ที่สุดที่เป็นไปได้คือ 12 เซนติเมตร  
ดังนั้น พื้นที่ผิวของลูกบาศก์ไม้ที่ตัดได้นี้

$$= (12 \times 12) \times 6$$

$$= 864 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

11. ปริมาตรของทรงกระบอก A

$$= \pi \times (2r)^2 \times h$$

$$= 4\pi r^2 h \text{ ลูกบาศก์หน่วย}$$

ปริมาตรของทรงกระบอก B

$$= \pi \times r^2 \times 3h$$

$$= 3\pi r^2 h \text{ ลูกบาศก์หน่วย}$$

จะได้ว่า ปริมาตรของทรงกระบอก A เป็น

$$4\pi r^2 h \div 3\pi r^2 h = \frac{4}{3} \text{ เท่าของปริมาตรของ}$$

ทรงกระบอก B และ  $\frac{4}{3}$  เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

นั่นคือ  $a=4$  และ  $b=3$

$$\text{ดังนั้น } a^b = 4^3 = 64$$

12. จากพื้นที่ของครึ่งวงกลมที่มี  $\overline{AC}$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง จะได้ว่า

$$\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{1}{2} AC\right)^2 = 50\pi$$

$$AC^2 = 400 = 20^2$$

ดังนั้น  $AC = 20$  เซนติเมตร

พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$BC^2 = AC^2 - AB^2$$

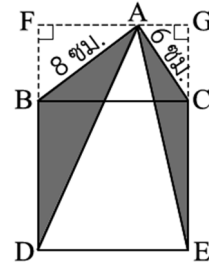
$$= 20^2 - 12^2$$

$$= 400 - 144$$

$$= 256 = 16^2$$

ดังนั้น  $BC = 16$  เซนติเมตร

13.



จาก  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่

$\hat{BAC} = 90^\circ$   $AB = 8$  เซนติเมตร และ

$AC = 6$  เซนติเมตร

จะได้ว่า  $BC = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$  เซนติเมตร

จาก  $FB$  ขนานกับ  $GC$

จะได้ว่า  $AF + AG = BC = 10$  เซนติเมตร

จาก  $BD = CE = 10$  เซนติเมตร

ดังนั้น พื้นที่ของส่วนที่แรเงา

$$= \text{พื้นที่ของ } \triangle ABD + \text{พื้นที่ของ } \triangle ACE$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times BD \times AF\right) + \left(\frac{1}{2} \times CE \times AG\right)$$

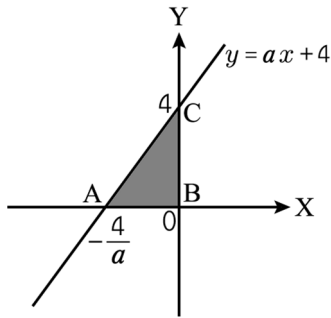
$$= \frac{1}{2} \times 10 \times (AF + AG)$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10$$

$$= 50 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

14. จาก  $y = ax + 4$  จะได้ว่ากราฟจะตัดแกน Y

เมื่อ  $y = 4$  และตัดแกน X เมื่อ  $x = -\frac{4}{a}$  ดังรูป



$$\begin{aligned} \text{จากพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม } ABC &= \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{4}{a} \\ &= 4 \end{aligned}$$

ดังนั้น  $a = 2$

15. เนื่องจาก  $\frac{11}{18} = 0.6\bar{1}$

จะได้ว่า  $a_1 = 6$  และ  $a_2 = a_3 = a_4 = \dots = a_{30} = 1$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_{30} &= 6 \times 1 \times 1 \times \dots \times 1 \\ &= 6 \end{aligned}$$

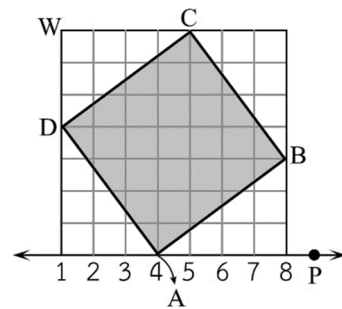
16. จากรูป  $a + b$  น้อยที่สุดเมื่อจุด P เคลื่อนที่มาที่จุด B

จาก  $AB = 6$  หน่วย จะได้ว่า  $B(-1, -4)$

จะได้  $a = -1$  และ  $b = -4$

$$\text{ดังนั้น } a + b = (-1) + (-4) = -5$$

17.



จาก  $\triangle DCW$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\text{จะได้ว่า } DC^2 = DW^2 + WC^2 = 3^2 + 4^2 = 5^2$$

นั่นคือ  $DC = 5$

จาก  $a$  เป็นพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD

$$\text{จะได้ว่า } a = 5^2 = 25$$

จาก  $b = AB$  จะได้ว่า  $b = AB = DC = 5$

$$\text{และ } c = 4 + b = 4 + 5 = 9$$

$$\text{ดังนั้น } a + b + c = 25 + 5 + 9 = 39$$

18. • นักเรียนที่ชอบหนังสือภาษาศาสตร์

$$= \left( 600 \times \frac{60}{100} \times \frac{25}{100} \right)$$

$$+ \left( 600 \times \frac{40}{100} \times \frac{45}{100} \right)$$

$$= 90 + 108$$

$$= 198 \text{ คน}$$

- นักเรียนที่ชอบหนังสือนวนิยาย

$$= \left( 600 \times \frac{60}{100} \times \frac{35}{100} \right)$$

$$+ \left( 600 \times \frac{40}{100} \times \frac{25}{100} \right)$$

$$= 126 + 60$$

$$= 186 \text{ คน}$$

- นักเรียนที่ชอบหนังสือประวัติศาสตร์

$$= \left( 600 \times \frac{60}{100} \times \frac{40}{100} \right)$$

$$+ \left( 600 \times \frac{40}{100} \times \frac{30}{100} \right)$$

$$= 144 + 72$$

$$= 216 \text{ คน}$$

ดังนั้น ประเภทของหนังสือที่นักเรียนกลุ่มนี้ชอบมากที่สุดคือ ประวัติศาสตร์ มีนักเรียนชอบทั้งหมด 216 คน

19. จาก  $x + z : z = 3 : 1$  จะได้ว่า  $x + z = 3z$

$$x = 2z$$

จาก  $x : y = 1 : 3$  จะได้ว่า  $y = 3x$

จาก  $x = 2z$  และ  $y = 3x$  จะได้ว่า  $y = 3 \times 2z = 6z$

$$\text{ดังนั้น } p = \frac{3x - 2y + 10z}{-4x + 3y + 2z}$$

$$= \frac{(3 \times 2z) - (2 \times 6z) + 10z}{-(4 \times 2z) + (3 \times 6z) + 2z}$$

$$= \frac{4z}{12z}$$

$$= \frac{1}{3}$$

$$\text{และ } q = \frac{x - y + 6z}{3x - 2y + 5z}$$

$$= \frac{2z - 6z + 6z}{(3 \times 2z) - (2 \times 6z) + 5z}$$

$$= \frac{2z}{-z}$$

$$= -2$$

$$\text{แทน } p = \frac{1}{3} \text{ และ } q = -2 \text{ ลงใน } 3p + 2k - q = 13$$

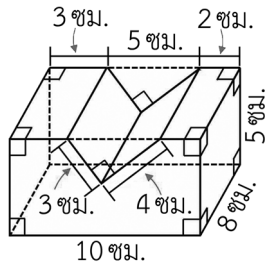
$$\text{จะได้เป็น } 1 + 2k + 2 = 13$$

$$2k = 10$$

$$k = 5$$



20. จะได้ว่า แท่งไม้เป็นดังรูป



ปริมาตรของแท่งไม้

= ปริมาตรของปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก

- ปริมาตรของปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$= (10 \times 8 \times 5) - \left[ \left( \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \right) \times 8 \right]$$

$$= 400 - 48$$

$$= 352 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

21. เมื่อพับรูปคลี่ จะได้รูปที่อยู่บนหน้าตรงข้ามกัน  
ดังนี้

★ ตรงข้ามกับ ♦, ♥ ตรงข้ามกับ ♠ และ

♣ ตรงข้ามกับ ▲

จากลูกบาศก์ในข้อ ①, ②, ④ และ ⑤ พบว่า

① ♥ อยู่ติดกับ ♠      ② ♣ อยู่ติดกับ ▲

④ ★ อยู่ติดกับ ♦      ⑤ ♣ อยู่ติดกับ ▲

ซึ่งขัดแย้ง

ดังนั้น ลูกบาศก์ที่เป็นไปได้จากการพับรูปคลี่นี้  
คือ ③

22. ราคาป้ายคือ  $S \left( 1 + \frac{a}{100} \right)$  บาท

ราคาขายหลังลดราคาคือ

$$T = S \left( 1 + \frac{a}{100} \right) \left( 1 - \frac{b}{100} \right)$$

$$= S \left( \frac{100 + a}{100} \right) \left( \frac{100 - b}{100} \right)$$

$$= \frac{S(100 + a)(100 - b)}{10,000}$$

นั่นคือ  $S(100 + a)(100 - b) = 10,000T$

$$100 - b = \frac{10,000T}{S(100 + a)}$$

$$b = 100 - \frac{10,000T}{S(100 + a)}$$

ดังนั้น ข้อที่ถูกต้องคือ ข้อ ④

23. เนื่องจากจำนวน 15 จำนวนแรกของลำดับฟีโบนัชชี  
คือ 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89,  
144, 233, 377, 610

ดังนั้น ผลบวกของจำนวน 15 จำนวนแรกของ  
ลำดับฟีโบนัชชี คือ

$$1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 13 + 21 + 34 + 55 + 89$$

$$+ 144 + 233 + 377 + 610 = 1,596$$

24. เนื่องจาก ความยาวด้านของบริเวณที่ปลูก  
ผักกาดขาวคือ  $\sqrt{24n}$  หน่วย  
และ  $\sqrt{24n} = \sqrt{2^3 \times 3 \times n}$  เป็นจำนวนนับ  
จะได้ว่า  $n = 2 \times 3 \times \square^2$  เมื่อ  $\square$  แทนจำนวนนับ  
นั่นคือ  $n = 6, 24, 54, 96, \dots$  (1)

เนื่องจาก ความยาวด้านของบริเวณที่ปลูก  
ผักกาดแก้วคือ  $\sqrt{87-n}$  หน่วย  
และ  $\sqrt{87-n}$  เป็นจำนวนนับ  
จะได้ว่า  $87-n = 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81$   
นั่นคือ  
 $n = 86, 83, 78, 71, 62, 51, 38, 23, 6$  (2)

จาก (1) และ (2) จะได้ว่า  $n = 6$   
ดังนั้น ความยาวด้านของบริเวณที่ปลูกผักกาดขาว  
 $= \sqrt{2^3 \times 3 \times 6}$   
 $= \sqrt{2^4 \times 3^2}$   
 $= 12$  หน่วย

และ ความยาวด้านของบริเวณที่ปลูกผักกาดแก้ว  
 $= \sqrt{87-6}$   
 $= \sqrt{81}$   
 $= 9$  หน่วย



จะได้ว่า บริเวณที่ปลูกพริกชี้หนูมีพื้นที่เป็น  
 $9 \times (12-9) = 27$  ตารางหน่วย

25. ผู้สมัครที่ผ่านการคัดเลือกเพศชายมี  
 $35 \times \frac{2}{7} = 10$  คน

ผู้สมัครที่ผ่านการคัดเลือกเพศหญิงมี  
 $35 \times \frac{5}{7} = 25$  คน

ให้ผู้สมัครที่ไม่ผ่านคัดเลือกเพศหญิงมี  $x$  คน

จะได้ว่าผู้สมัครที่ไม่ผ่านคัดเลือกเพศชายมี  $2x$  คน

นั่นคือ ผู้สมัครเพศชายมี  $10+2x$  คน

และ ผู้สมัครเพศหญิงมี  $25+x$  คน

จากอัตราส่วนของผู้สมัครเพศชายต่อเพศหญิงเป็น

$2 : 3$

จะได้ว่า  $(10+2x) : (25+x) = 2 : 3$

นั่นคือ  $3(10+2x) = 2(25+x)$

$$30+6x = 50+2x$$

$$4x = 20$$

$$x = 5$$

ฉะนั้น ผู้สมัครเพศชายมี  $10+(2 \times 5) = 20$  คน

และ ผู้สมัครเพศหญิงมี  $25+5 = 30$  คน

ดังนั้น มีผู้สมัครเป็นผู้ประกาศเสียงตามสาย

ทั้งหมด  $20+30 = 50$  คน



26. เนื่องจาก ขนาดของตัวอักษรบนกระดาษที่ได้จากการถ่ายสำเนาครั้งที่ 7 เป็น 2 เท่าของขนาดของตัวอักษรบนกระดาษต้นฉบับ จะได้ว่า

- ขนาดของตัวอักษรบนกระดาษที่ได้จากการถ่ายสำเนาครั้งที่  $(7 \times 2)$  เป็น  $2 \times 2 = 2^2$  เท่าของขนาดของตัวอักษรบนกระดาษต้นฉบับ
- ขนาดของตัวอักษรบนกระดาษที่ได้จากการถ่ายสำเนาครั้งที่  $(7 \times 3)$  เป็น  $2^2 \times 2 = 2^3$  เท่าของขนาดของตัวอักษรบนกระดาษต้นฉบับ
- ⋮
- ขนาดของตัวอักษรบนกระดาษที่ได้จากการถ่ายสำเนาครั้งที่  $7 \times n$  เป็น  $2^n$  เท่าของขนาดของตัวอักษรบนกระดาษต้นฉบับ

เนื่องจาก  $84 = 7 \times 12$  และ  $49 = 7 \times 7$  จะได้ว่าขนาดของตัวอักษรบนกระดาษที่ได้จากการถ่ายสำเนาครั้งที่ 84 เป็น  $2^{12}$  เท่าของขนาดของตัวอักษรบนกระดาษต้นฉบับ และขนาดของตัวอักษรบนกระดาษที่ได้จากการถ่ายสำเนาครั้งที่ 49 เป็น  $2^7$  เท่าของขนาดของตัวอักษรบนกระดาษต้นฉบับ

จาก  $2^{12} \div 2^7 = 2^{12-7} = 2^5$  จะได้ว่า ขนาดของตัวอักษรบนกระดาษที่ได้จากการถ่ายสำเนาครั้งที่ 84 เป็น  $2^5$  เท่าของขนาดของตัวอักษรบนกระดาษที่ได้จากการถ่ายสำเนาครั้งที่ 49

ดังนั้น  $a = 5$

27. ให้เวลาที่เข็มสั้นและเข็มยาวทำมุมกันเป็นมุมตรง ( $180^\circ$ ) คือ 14 นาฬิกา  $x$  นาที

เนื่องจาก 1 ชั่วโมง เข็มสั้นเคลื่อนที่ไป  $360^\circ \div 12 = 30^\circ$

ดังนั้น 1 นาที เข็มสั้นจะเคลื่อนที่ไป  $30^\circ \div 60 = 0.5^\circ$

จากเข็มสั้นชี้ที่เลข 12 เวลาผ่านไป 2 ชั่วโมง  $x$  นาที ขนาดของมุมที่เข็มสั้นเคลื่อนที่ไป คือ  $(30^\circ \times 2) + (0.5^\circ \times x) = 60^\circ + 0.5x^\circ$

เมื่อเวลาผ่านไป 1 นาที ขนาดของมุมที่เข็มยาวเคลื่อนที่ไป คือ  $360^\circ \div 60 = 6^\circ$

จากเข็มยาวชี้ที่เลข 12 เมื่อเวลาผ่านไป  $x$  นาที ขนาดของมุมที่เข็มยาวเคลื่อนที่ไป คือ  $6x^\circ$

จากที่ต้องการให้เข็มสั้นและเข็มยาวทำมุมกันเป็นมุมตรง จะได้ว่า

$$6x^\circ - (60^\circ + 0.5x^\circ) = 180^\circ$$

$$5.5x^\circ = 240^\circ$$

$$x = \frac{480}{11} = 43 \frac{7}{11} \text{ นาที}$$

ดังนั้น เวลาที่เข็มสั้นและเข็มยาวทำมุมกันเป็นมุมตรง คือ 14 นาฬิกา  $43 \frac{7}{11}$  นาที ซึ่งคือ ข้อ ②

28. จากประโยคสัญลักษณ์  $\square\square - (\square\square \div \square) = \triangle$

จะแทนด้วย  $ab - (cd \div e) = \triangle$

เมื่อ  $ab, cd$  เป็นจำนวนนับสองหลัก

และ  $e$  เป็นจำนวนนับหนึ่งหลัก

• กรณีที่  $ab = 98$

จะได้ว่า  $cd \div e$  ที่สร้างได้จาก 2, 4, 7 ได้แก่

$$74 \div 2 = 37, 72 \div 4 = 18, 42 \div 7 = 6$$

พบว่า ผลลัพธ์มากที่สุดคือ

$$98 - (42 \div 7) = 98 - 6 = 92$$

• กรณีที่  $ab = 97$

จะได้ว่า  $cd \div e$  ที่สร้างได้จาก 2, 4, 8 ได้แก่

$$84 \div 2 = 42, 48 \div 2 = 24, 28 \div 4 = 7, 24 \div 8 = 3$$

พบว่า ผลลัพธ์มากที่สุดคือ

$$97 - (24 \div 8) = 97 - 3 = 94$$

• กรณีที่  $ab = 94$

จะได้ว่า  $cd \div e$  ที่สร้างได้จาก 2, 7, 8 ได้แก่

$$78 \div 2 = 39, 72 \div 8 = 9, 28 \div 7 = 4$$

พบว่า ผลลัพธ์มากที่สุดคือ

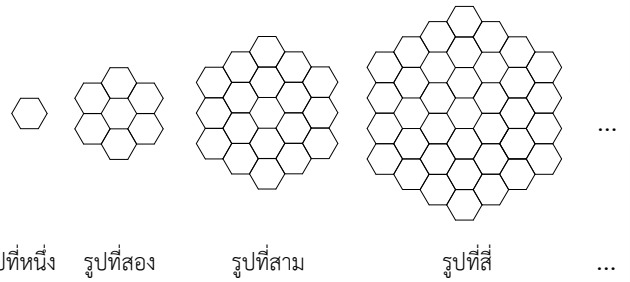
$$94 - (28 \div 7) = 94 - 4 = 90$$

เนื่องจาก กรณีที่  $ab$  น้อยกว่าหรือเท่ากับ 92

ค่าจากการคำนวณจะไม่สามารถมากกว่า 94 ได้

ดังนั้น ผลลัพธ์ที่มากที่สุดคือ 94

29. ในที่นี้ใช้ “รูปหกเหลี่ยม” แทน “รูปหกเหลี่ยม ด้านเท่ามุมเท่า”

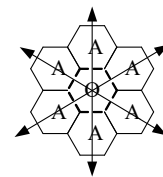


จากแบบรูปการวางเรียงรูปหกเหลี่ยมที่กำหนดให้ จะพบว่าเป็นการวางเรียงรูปหกเหลี่ยมล้อมรอบ เป็นวง โดยเพิ่มขึ้นทีละวงตามลำดับของรูปใน แบบรูป กล่าวคือ

รูปที่สองของแบบรูป มีการวางเรียงรูปหกเหลี่ยม จำนวน 6 รูป ล้อมเป็นวง ในที่นี้เรียกว่า วงที่หนึ่ง รูปที่สามของแบบรูป มีการวางเรียงรูปหกเหลี่ยม จำนวน 12 รูป ล้อมรูปที่สองของแบบรูปเป็นวง ในที่นี้เรียกว่า วงที่สอง

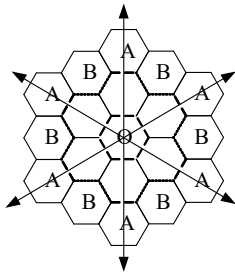
รูปที่สี่ของแบบรูป มีการวางเรียงรูปหกเหลี่ยม จำนวน 18 รูป ล้อมรูปที่สามของแบบรูปเป็นวง ในที่นี้เรียกว่า วงที่สาม เป็นเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ

ให้ รูป A คือ รูปหกเหลี่ยมที่มีด้านเพียงหนึ่งด้าน ติดกับรูปหกเหลี่ยมในวงก่อนหน้า และ รูป B คือ รูปหกเหลี่ยมที่มีด้านสองด้าน ติดกับรูปหกเหลี่ยมในวงก่อนหน้า



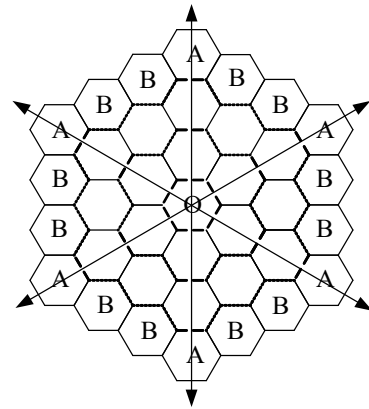
พิจารณารูปที่สองของแบบรูป พบว่ามี รูปหกเหลี่ยมที่นำมาประกอบกันทั้งหมด เท่ากับ  $1 +$  จำนวนรูปหกเหลี่ยมในวงที่หนึ่ง  $= 1 + 6 = 7$  รูป ลากเส้นตรงสามเส้นผ่านจุดกึ่งกลางของด้านของ รูปหกเหลี่ยม O

จะพบว่า รูปหกเหลี่ยมในวงที่หนึ่ง จะเป็นรูป A ทั้งหมด  
 ดังนั้น จำนวนด้านทั้งหมดในรูปที่สองของ  
 แบบรูปนี้ เท่ากับ จำนวนด้านของรูปหกเหลี่ยม  
 ทั้งหมด ลบด้วยจำนวนด้านที่ติดกัน เท่ากับ  
 $6 + (6 \times \text{จำนวนรูปหกเหลี่ยมในวงที่หนึ่ง})$   
 $- (\text{จำนวนรูป A ในวงที่หนึ่ง})$   
 $- (\text{จำนวนรูปหกเหลี่ยมในวงที่หนึ่งที่มีด้านติดกัน})$   
 เท่ากับ  $6 + (6 \times 6) - 6 - 6 = 30$  ด้าน



พิจารณารูปที่สามของแบบรูป พบว่ามีรูปหกเหลี่ยม  
 ที่นำมาประกอบกันทั้งหมด เท่ากับ  
 $1 + \text{จำนวนรูปหกเหลี่ยมในวงที่หนึ่ง} + \text{จำนวน}$   
 $\text{รูปหกเหลี่ยมในวงที่สอง}$   
 $= 1 + 6 + 12 = 19$  รูป  
 ลากเส้นตรงสามเส้นผ่านจุดกึ่งกลางของด้านของ  
 รูปหกเหลี่ยม O  
 จะพบว่า รูปหกเหลี่ยมในวงที่สองที่อยู่ในแนว  
 เส้นตรงทั้งสามเป็นรูป A ซึ่งจะมี 6 รูป  
 และรูปหกเหลี่ยมในวงที่สองนอกจากนั้นเป็น  
 รูป B ซึ่งจะมีเท่ากับ จำนวนรูปหกเหลี่ยมใน  
 วงที่สอง - จำนวนรูป A ในวงที่สอง เท่ากับ  
 $12 - 6 = 6$  รูป  
 ดังนั้น จำนวนด้านทั้งหมดในรูปที่สามของแบบรูปนี้  
 เท่ากับ จำนวนด้านของรูปที่สองของแบบรูป  
 $+ (6 \times \text{จำนวนรูปหกเหลี่ยมในวงที่สอง}) - (\text{จำนวน}$   
 $\text{รูป A ในวงที่สอง}) - (2 \times \text{จำนวนรูป B ในวงที่สอง})$   
 $- \text{จำนวนรูปหกเหลี่ยมในวงที่สองที่มีด้านติดกัน}$

เท่ากับ  $30 + (6 \times 12) - 6 - (2 \times 6) - 12 = 72$  ด้าน



พิจารณารูปที่สี่ของแบบรูป พบว่ามีรูปหกเหลี่ยม  
 ที่นำมาประกอบกันทั้งหมด เท่ากับ  
 $1 + \text{จำนวนรูปหกเหลี่ยมในวงที่หนึ่ง} + \text{จำนวน}$   
 $\text{รูปหกเหลี่ยมในวงที่สอง} + \text{จำนวนรูปหกเหลี่ยมใน}$   
 $\text{วงที่สาม}$   
 $= 1 + 6 + 12 + 18 = 37$  รูป  
 ลากเส้นตรงสามเส้นผ่านจุดกึ่งกลางของด้านของ  
 รูปหกเหลี่ยม O  
 จะพบว่า รูปหกเหลี่ยมในวงที่สามที่อยู่ในแนว  
 เส้นตรงทั้งสามเป็นรูป A ซึ่งจะมี 6 รูป  
 และรูปหกเหลี่ยมในวงที่สามนอกจากนั้นเป็นรูป B  
 ซึ่งจะมีเท่ากับ จำนวนรูปหกเหลี่ยมในวงที่สาม  
 $- \text{จำนวนรูป A ในวงที่สาม} = 18 - 6 = 12$  รูป  
 ดังนั้น จำนวนด้านทั้งหมดในรูปที่สี่ของแบบรูปนี้  
 เท่ากับ จำนวนด้านของรูปที่สามของแบบรูป  
 $+ (6 \times \text{จำนวนรูปหกเหลี่ยมในวงที่สาม}) - (\text{จำนวน}$   
 $\text{รูป A ในวงที่สาม}) - (2 \times \text{จำนวนรูป B ในวงที่สาม})$   
 $- \text{จำนวนรูปหกเหลี่ยมในวงที่สามที่มีด้านติดกัน}$   
 เท่ากับ  $72 + (6 \times 18) - 6 - (2 \times 12) - 18 = 132$  ด้าน  
 สามารถสรุป และคำนวณหาจำนวนด้านทั้งหมดใน  
 รูปที่ทำในแบบรูป ได้ดังนี้

รูปใน แบบรูป	วงนอกสุดของรูป				จำนวนด้านทั้งหมด ของรูปในแบบรูป
	จำนวนรูป หกเหลี่ยม ทั้งหมด	จำนวน รูป A	จำนวน รูป B	จำนวนรูป หกเหลี่ยม ที่มีด้าน ติดกัน	
รูปที่หนึ่ง	-	-	-	-	6
รูปที่สอง	6	6	0	6	$6+(6 \times 6)-6-6$ $=30$
รูปที่สาม	12	6	6	12	$30+(6 \times 12)-6$ $-(2 \times 6)-12$ $=72$
รูปที่สี่	18	6	12	18	$72+(6 \times 18)-6$ $-(2 \times 12)-18$ $=132$
รูปที่ห้า	24	6	18	24	$132+(6 \times 24)-6$ $-(2 \times 18)-24$ $=210$

ดังนั้น รูปที่ห้าในแบบรูปนี้มีด้านทั้งหมด 210 ด้าน

30. ให้จำนวนนับสามหลักนี้แทนด้วย  $100a+10b+c$

โดยที่  $1 \leq a \leq 9, 0 \leq b \leq 9$  และ

$0 \leq c \leq 9$

$$\text{จาก } \frac{100a+10b+c}{a+b+c} = \frac{a+b+c+99a+9b}{a+b+c}$$

$$= 1 + \frac{99a+9b}{a+b+c}$$

จะได้ว่า  $1 + \frac{99a+9b}{a+b+c}$  น้อยที่สุด เมื่อ  $c=9$

$$\text{จาก } \frac{99a+9b}{a+b+9} = \frac{9(a+b+9)}{a+b+9} + \frac{90a-81}{a+b+9}$$

$$= 9 + \frac{90a-81}{a+b+9}$$

จะได้ว่า  $9 + \frac{90a-81}{a+b+9}$  น้อยที่สุด เมื่อ  $b=9$

$$\text{จาก } \frac{90a-81}{a+18} = \frac{90(a+18)}{a+18} - \frac{(90 \times 18) + 81}{a+18}$$

$$= 90 - \frac{1,701}{a+18}$$

จะได้ว่า  $90 - \frac{1,701}{a+18}$  น้อยที่สุด เมื่อ  $\frac{1,701}{a+18}$

มีค่ามากที่สุด ซึ่งเกิดขึ้นเมื่อ  $a=1$

ดังนั้น จำนวนนับสามหลักที่สอดคล้องเงื่อนไข  
คือ 199