TEDET Thailand Educational Development and Evaluation Tests

โครงการประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์
(Thailand Educational Development and Evaluation Tests)

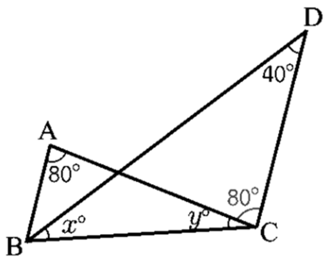
เฉลยแบบทดสอบ ประจำปี 2564

วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	60	16	9
2	6	17	57
3	58	18	30
4	3	19	3
5	132	20	20
6	4	21	12
7	4	22	4
8	16	23	64
9	15	24	2
10	3	25	22
11	60	26	40
12	15	27	6
13	120	28	18
14	5	29	71
15	77	30	320

คำอธิบาย

1.



จาก $\overline{AB}$ // $\overline{CD}$

จะได้ว่า $A\hat{C}D = B\hat{A}C = 80°$ (มุมแย้ง)

จากผลบวกมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม DBC เท่ากับ 180° จะได้ว่า

$x + 40 + y + 80 = 180$

$x + y = 60$

2. ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์

$$= \frac{(2\times 2)+3+(4\times 2)+(5\times 3)+(6\times 3)+(7\times 4)+(8\times 2)+(9\times 2)+10}{2+1+2+3+3+4+2+2+1}$$

$= \frac{120}{20}$

$= 6$ คะแนน

3. จากฮิสโทแกรม จะได้ว่า $A = 15$ และ $B = 3$

นั่นคือ $C = 5+4+15+7+6+3 = 40$

ดังนั้น $A+B+C = 15+3+40 = 58$

4. จากสมการกำลังสอง $x^2 - 3x - m = 0$ จะได้

$$x = \frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2 - 4\times 1\times(-m)}}{2}$$

$$= \frac{3\pm\sqrt{9+4m}}{2}$$

เนื่องจาก $\frac{3\pm\sqrt{9+4m}}{2} = \frac{3\pm\sqrt{21}}{2}$

ดังนั้น $9+4m = 21$ หรือ $m = 3$

5. จาก $B\hat{F}D = 138°$ จะได้ $A\hat{F}B = 180° - 138°$

$= 42°$

จาก $\overline{AD}$ // $\overline{BC}$ จะได้ว่า $F\hat{B}E = A\hat{F}B$

$= 42°$ (มุมแย้ง)

ดังนั้น $A\hat{B}E = 2F\hat{B}E = 2\times 42° = 84°$

เนื่องจาก $B\hat{A}D + A\hat{B}E = 180°$

จะได้ว่า $B\hat{A}D = 180° - 84° = 96°$

นั่นคือ $B\hat{A}E = \frac{1}{2}\times 96° = 48°$

พิจารณา $\triangle ABE$ จะได้ $A\hat{E}C = A\hat{B}E + B\hat{A}E$

$= 84° + 48°$

$= 132°$

6. จาก $x^2 - 3x - 4 = 0$ จะได้ $(x+1)(x-4) = 0$
นั่นคือ $x = -1$ และ $x = 4$
จาก $x^2 - x - 2 \neq 0$ จะได้ $(x+1)(x-2) \neq 0$
นั่นคือ $x \neq -1$ และ $x \neq 2$
ดังนั้น ค่าของ x ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขคือ 4

7. ① ไม่ถูกต้อง เนื่องจากลำต้นที่มีใบมากที่สุด คือ 1 ซึ่งมีใบจำนวน 8 ใบ
② ไม่ถูกต้อง เนื่องจากจำนวนนักเรียนในห้องนี้มีทั้งหมด $6+8+7+5+2 = 28$ คน
③ ไม่ถูกต้อง เนื่องจากไม่มีนักเรียนที่วิดพื้นได้ 24 ครั้ง ในระยะเวลา 1 นาที
④ ถูกต้อง เนื่องจากนักเรียนที่วิดพื้นได้มากกว่าหรือเท่ากับ 30 ครั้ง ในระยะเวลา 1 นาที มี $5+2 = 7$ คน
⑤ ไม่ถูกต้อง เนื่องจากเมื่อเรียงข้อมูลจากน้อย ไปมาก จะได้ข้อมูลคู่ที่อยู่ตรงกลางคือ 18 และ 21 จึงได้มัธยฐานเท่ากับ
$\frac{18+21}{2} = 19.5$ ครั้ง
ดังนั้น ข้อที่ถูกต้องคือ ④

8. ค่าเฉลี่ยของจำนวนหนังสือที่อ่านตั้งแต่เดือนกรกฎาคมจนถึงเดือนพฤศจิกายน พ.ศ. 2564 คือ
$(6+9+10+11+14) \div 5 = 10$ เล่ม
เนื่องจาก ต้องการให้ค่าเฉลี่ยของจำนวนหนังสือที่อ่านตั้งแต่เดือนกรกฎาคมถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2564 เท่ากับ $10+1 = 11$ เล่ม
ให้จำนวนหนังสือที่จะต้องอ่านในเดือนธันวาคม พ.ศ. 2564 เป็น x เล่ม
จะได้ $50 + x = 11 \times 6$
$50 + x = 66$
$x = 16$
ดังนั้น ในเดือนธันวาคม พ.ศ. 2564 วิลเลียมต้องอ่านหนังสือ 16 เล่ม

9. ให้จุด O เป็นจุดกำเนิดบนระบบพิกัดฉาก จะได้ว่าพิกัดของจุดยอดของพาราโบลาคือ $(0, -20)$ และพิกัดของจุด A และจุด B คือ $(-40, 0)$ และ $(40, 0)$ ตามลำดับ
ดังนั้น สมการพาราโบลาคือ $y = ax^2 - 20$
จากจุด B อยู่บนกราฟของพาราโบลานี้ จะได้
$0 = 1{,}600a - 20$ หรือ $a = \frac{1}{80}$
ดังนั้น สมการพาราโบลาคือ $y = \frac{1}{80}x^2 - 20$
เมื่อ $x = 20$ จะได้ $y = (\frac{1}{80} \times 20^2) - 20 = -15$
ดังนั้น ตำแหน่งที่ห่างจากจุด O ไปทางจุด B เป็นระยะทาง 20 เมตร มีความลึก 15 เมตร

10. ให้ $A = x^2 - 2x$ จะได้ว่า

$(x^2-2x)^2-2x^2+4x-3$

$=(x^2-2x)^2-2(x^2-2x)-3$

$= A^2-2A-3$

$=(A-3)(A+1)$

$=(x^2-2x-3)(x^2-2x+1)$

$=(x-3)(x+1)(x-1)^2$

นั่นคือ $a=-3,\ b=1,\ c=-1$

หรือ $a=1,\ b=-3,\ c=-1$

ดังนั้น $|a+b+c|=|-3|=3$

11. เนื่องจาก

$(x^2-5ax+3b)+(7ax-b)=x^2+2ax+2b$

ซึ่งเป็นกำลังสองสมบูรณ์

จะได้ว่า $2b=\left(\dfrac{2a}{2}\right)^2=a^2$

จะได้ว่า คู่อันดับ $(a,\ b)$ ที่เป็นไปได้ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนนับ คือ (2, 2), (4, 8), (6, 18), (8, 32), (10, 50), (12, 72), ...

เนื่องจาก a และ b เป็นจำนวนนับที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 50

ดังนั้น ค่าของ $a+b$ ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้คือ

$10+50=60$

12. จาก $ax+2a-3b>0$ จะได้ $ax>-2a+3b$

เนื่องจาก คำตอบของอสมการนี้คือ $x<3$

จะได้ว่า $a<0$

ดังนั้น $x<\dfrac{-2a+3b}{a}$

นั่นคือ $\dfrac{-2a+3b}{a}=3$

$-2a+3b=3a$

$-5a=-3b$

$a=\dfrac{3}{5}b$

แทน $a=\dfrac{3}{5}b$ ลงใน $a-2b=7$

จะได้ $\dfrac{3}{5}b-2b=7$

$-\dfrac{7}{5}b=7$

$b=-5$

แทน $b=-5$ ลงใน $a=\dfrac{3}{5}b$ จะได้ $a=-3$

ดังนั้น $a\times b=(-3)\times(-5)=15$

13. จาก ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

จะได้ว่า $\hat{DAC}=\hat{ECB}=60^\circ$ และ $AC=CB$

จาก $AD=CE$ จะได้ว่า $\triangle ADC \cong \triangle CEB$

(ด้าน-มุม-ด้าน)

พิจารณา $\triangle FBC$ จะได้ว่า

$\hat{BFC}=180^\circ-(\hat{FBC}+\hat{FCB})$

$=180^\circ-(\hat{DCA}+\hat{FCB})$

$=180^\circ-60^\circ$

$=120^\circ$

14. พิจารณา $\triangle ABD$ และ $\triangle BCE$

เนื่องจาก $A\hat{D}B = B\hat{E}C = 90^\circ$, $AB = BC$

และ $A\hat{B}D = 90^\circ - E\hat{B}C = B\hat{C}E$

จะได้ว่า $\triangle ABD \cong \triangle BCE$ (มุม-มุม-ด้าน)

จะได้ว่า $BD = CE = 8$ เซนติเมตร

และ $BE = AD = 3$ เซนติเมตร

ดังนั้น $DE = BD - BE = 8 - 3 = 5$ เซนติเมตร

15. จากโจทย์ จะตัดกระดาษได้ดังนี้

ตัด ครั้งที่	ขนาดของกระดาษที่เหลือ (ที่ไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส)
1	$(2{,}002 - 847) \times 847 = 1{,}155 \times 847$
2	$(1{,}155 - 847) \times 847 = 308 \times 847$
3	$(847 - 308) \times 308 = 539 \times 308$
4	$(539 - 308) \times 308 = 231 \times 308$
5	$(308 - 231) \times 231 = 77 \times 231$
6	$(231 - 77) \times 77 = 154 \times 77$

จะพบว่า ในการตัดครั้งที่ 7 จะได้เป็นกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 77×77 ตารางเซนติเมตร จำนวน 2 รูป จึงไม่มีกระดาษส่วนที่เหลือที่ไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ดังนั้น ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปสุดท้ายที่ได้เท่ากับ 77 เซนติเมตร

16. การชั่งครั้งที่ 1 ทำให้ทราบว่า
เหรียญ ⑤, ⑩, ⑪, ⑫ เป็นเหรียญทองแท้
การชั่งครั้งที่ 2 ทำให้ทราบว่า
เหรียญ ⑥, ⑦, ⑧, ⑩ เป็นเหรียญทองแท้
การชั่งครั้งที่ 3 ทำให้ทราบว่า
เหรียญ ③ และ ④ เป็นเหรียญทองแท้
นั่นคือ เหรียญ ①, ②, ⑨ มีหนึ่งเหรียญที่เป็นเหรียญทองปลอม
แต่จากการชั่งครั้งที่ 2 ทำให้สามารถทราบได้ว่าน้ำหนักของเหรียญทองปลอมหนักกว่าเหรียญทองแท้
และจากการชั่งครั้งที่ 1 ทำให้ทราบว่า
เหรียญ ① และ ② ไม่ใช่เหรียญทองปลอม
ดังนั้น เหรียญทองปลอมคือ เหรียญหมายเลข ⑨

17. ให้คะแนนของเจสันเท่ากับ x คะแนน

จะได้ว่า คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมด 100 คน เป็น $x - 30$ คะแนน

คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้รับรางวัลทั้ง 16 คน เป็น $x + 12$ คะแนน

และคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ไม่ได้รับรางวัล 84 คน เป็น $\frac{x}{3}$ คะแนน

พิจารณาคะแนนรวมของนักเรียนที่เข้าร่วมการแข่งขันทั้งหมด

จะได้ว่า $16(x + 12) + 84\left(\frac{x}{3}\right) = 100(x - 30)$

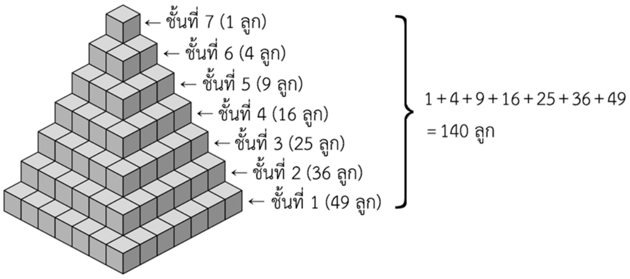
$$16x + 192 + 28x = 100x - 3{,}000$$

$$-56x = -3{,}192$$

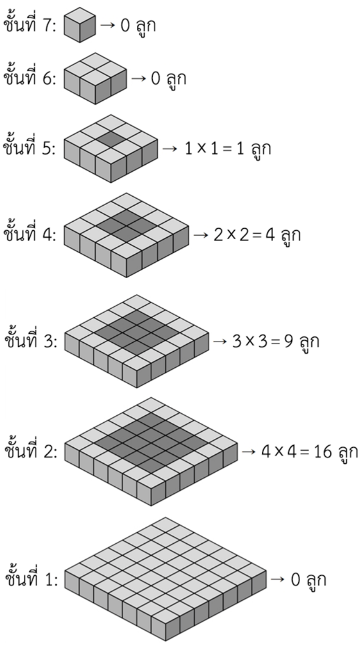
$$x = 57$$

ดังนั้น คะแนนของเจสันเท่ากับ 57 คะแนน

18. วางลูกบาศก์จำนวน 140 ลูก ซ้อนกันเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติได้ดังนี้



พิจารณาลูกบาศก์ในแต่ละชั้นที่ไม่ถูกทาสีเลย จะได้เป็น



ดังนั้น มีลูกบาศก์ที่ไม่ถูกทาสีเลยทั้งหมด $1+4+9+16=30$ ลูก

19. จากที่มีนักกีฬาที่ผ่านเข้ารอบชิงชนะเลิศทั้งหมด 8 คน และการแข่งขันรอบชิงชนะเลิศเป็นแบบพบกันหมด

จะได้ว่า จำนวนการแข่งขันทั้งหมดในรอบชิงชนะเลิศ คือ $8 \times 7 \div 2 = 28$ ครั้ง

และนักกีฬาหนึ่งคน จะต้องแข่งขันกับนักกีฬาอีก 7 คน หรือจะต้องแข่งขันทั้งหมด 7 ครั้ง

จากอลันและเอเดนคว้าแชมป์ร่วมกัน และการแข่งขันไม่มีการเสมอ

จะได้ว่า การแข่งขันระหว่างอลันและเอเดนจะต้องมีคนใดคนหนึ่งเป็นผู้ชนะและอีกคนเป็นผู้แพ้

ดังนั้น อลันและเอเดนต้องแข่งขันแพ้อย่างน้อย 1 ครั้ง

จากเจมส์ชนะนักกีฬาทุกคนที่ชนะไวท์ และไวท์ชนะนักกีฬาทุกคนที่ชนะเจมส์

นั่นคือ อลันและเอเดนต้องแข่งขันแพ้ให้กับเจมส์หรือไวท์อย่างน้อยหนึ่งคน

จึงได้ว่า อลันและเอเดนต้องแข่งขันแพ้อย่างน้อย 2 ครั้ง หรือชนะอย่างมากที่สุด 5 ครั้ง

ทั้งนี้สามารถแสดงตัวอย่างผลการแข่งขันที่อลันและเอเดนแข่งขันแพ้ 2 ครั้ง และชนะ 5 ครั้ง ได้ดังนี้

	อลัน	เอเดน	เจมส์	ไวท์	นักกีฬาคนที่ 5	นักกีฬาคนที่ 6	นักกีฬาคนที่ 7	นักกีฬาคนที่ 8
อลัน		1	1	0	1	1	1	0
เอเดน	0		0	1	1	1	1	1
เจมส์	0	1		1	1	0	1	0
ไวท์	1	0	0		0	1	0	1
นักกีฬาคนที่ 5	0	0	0	1		1	1	0
นักกีฬาคนที่ 6	0	0	1	0	0		1	1
นักกีฬาคนที่ 7	0	0	0	1	0	0		1
นักกีฬาคนที่ 8	1	0	1	0	1	0	0	

โดยที่ 1 หมายถึง ชนะการแข่งขัน และ 0 หมายถึง แพ้การแข่งขัน
ตัวอย่างการอ่านข้อมูลในตาราง
ในแถวที่ 1 หลักที่ 2 ปรากฏ 1 หมายความว่า อลัน ชนะ เอเดน
ในแถวที่ 5 หลักที่ 3 ปรากฏ 0 หมายความว่า นักกีฬาคนที่ 5 แพ้ เจมส์

พิจารณาในกรณีที่อลันและเอเดนแข่งขันแพ้ 3 ครั้ง และชนะ 4 ครั้ง

จะได้ว่า นักกีฬาที่เหลือ 6 คน สามารถชนะได้มากที่สุด คนละ 3 ครั้ง

จากผลบวกของจำนวนครั้งที่ชนะของอลันและเอเดนคือ $4+4=8$ ครั้ง

จะได้ว่า จำนวนครั้งที่ชนะที่มากที่สุด คือ $8+(6\times 3)=26$ ครั้ง

แต่จากที่มีการแข่งขันทั้งหมด 28 ครั้ง จึงต้องมีการชนะ 28 ครั้งด้วย ทำให้กรณีนี้เป็นไปไม่ได้ ดังนั้น จำนวนครั้งที่ชนะการแข่งขันและจำนวนครั้งที่แพ้การแข่งขันของอลันและเอเดน คือ ชนะ 5 ครั้ง และแพ้ 2 ครั้ง

20. ให้ราคาบัตรเข้าชมพิพิธภัณฑ์ในตอนแรกเป็น a บาท โดยมีจำนวนผู้ซื้อบัตรเข้าชม b คน

จะได้ว่า รายได้ทั้งหมดจากการจำหน่ายบัตรเข้าชมพิพิธภัณฑ์ในราคา a บาท เท่ากับ ab บาท

หลังขึ้นราคาบัตรเข้าชม $x\%$ จะได้ว่าราคาบัตรเข้าชมพิพิธภัณฑ์เป็น $\left(1+\frac{x}{100}\right)a$ บาท

และจำนวนผู้ซื้อบัตรเข้าชมพิพิธภัณฑ์เป็น $\left(1-\frac{x}{400}\right)b$ คน

นั่นคือ รายได้ทั้งหมดหลังขึ้นราคาบัตรเข้าชมพิพิธภัณฑ์ $x\%$ เป็น

$\left(1+\frac{x}{100}\right)a\times\left(1-\frac{x}{400}\right)b$ บาท

เนื่องจากต้องการเพิ่มรายได้ทั้งหมดที่ได้จากการจำหน่ายบัตรเข้าชม 14%

จะได้ว่า $\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{x}{400}\right)ab = \frac{114}{100}ab$

$$\frac{100+x}{100}\times\frac{400-x}{400} = \frac{114}{100}$$

$$(100+x)(400-x) = 45{,}600$$

$$40{,}000+400x-100x-x^2 = 45{,}600$$

$$x^2-300x+5{,}600 = 0$$

$$(x-20)(x-280) = 0$$

$$x = 20 \text{ หรือ } 280$$

เนื่องจาก $0 < x < 50$ จะได้ว่า $x = 20$

ดังนั้น ต้องขึ้นราคาบัตรเข้าชมพิพิธภัณฑ์ 20%

21. แทน $y=0$ ลงใน $y=x^2-6x+5$

จะได้ว่า $x^2-6x+5=0$

$(x-1)(x-5)=0$

$x=1$ หรือ 5

นั่นคือ พิกัดของจุดตัดแกน X ของกราฟ

$y=x^2-6x+5$ คือ (1, 0) และ (5, 0)

จะได้ว่า ระยะห่างระหว่างจุดตัดแกน X ทั้งสอง

คือ 4 หน่วย

จากที่เลื่อนขนานกราฟของ $y=x^2-6x+5$

ลงไปตามแนวแกน Y เป็นระยะทาง q หน่วย

จะได้ว่า $y=x^2-6x+5-q=(x-3)^2-4-q$

นั่นคือ แกนสมมาตรของกราฟของฟังก์ชัน กำลังสองที่เลื่อนขนานแล้ว คือ $x=3$

และระยะทางระหว่างจุดตัดสองจุดบนแกน X

คือ $2\times4=8$ หน่วย

จะได้ว่า พิกัดของจุดตัดสองจุดบนแกน X คือ

$(-1, 0)$ และ $(7, 0)$

แทน $x=7$ และ $y=0$ ลงใน $y=(x-3)^2-4-q$

จะได้ $0=16-4-q$ นั่นคือ $q=12$

ดังนั้น ระยะทาง q คือ 12 หน่วย

22. เนื่องจากสองคำตอบของ $x^2-ax+b=0$ เป็น จำนวนนับที่เรียงติดกัน

ให้สองคำตอบเป็น c และ $c+1$ โดยที่ c เป็น จำนวนนับ

จากค่าสัมบูรณ์ของผลต่างกำลังสองของคำตอบทั้งสองเป็น 5

จะได้ว่า $(c+1)^2-c^2=5$

$c^2+2c+1-c^2=5$

$2c=4$

$c=2$

นั่นคือ คำตอบของ $x^2-ax+b=0$ คือ 2 และ 3

ฉะนั้น $(x-2)(x-3)=x^2-ax+b$

$x^2-5x+6=x^2-ax+b$

นั่นคือ $a=5$ และ $b=6$

จะได้ $a-b=-1$ และ $b-a=1$

$A=(a-b)+(a-b)^2+(a-b)^3+\cdots+(a-b)^{2021}$

$=(-1)+(-1)^2+\cdots+(-1)^{2021}$

$=(-1+1)+\cdots+(-1+1)+(-1)$

$=-1$

$B=(b-a)+(b-a)^2+(b-a)^3+\cdots+(b-a)^{2021}$

$=1+1^2+\cdots+1^{2021}$

$=2021$

ดังนั้น สมการกำลังสองที่มี -1 และ 2021

เป็นคำตอบ คือ $(x+1)(x-2021)=0$

$x^2-2020x-2021=0$

ดังนั้น คำตอบคือ ข้อ ④

23. เนื่องจาก CQ : AQ = 1 : 3

จะได้ว่า พื้นที่ของ $\triangle PQC$: พื้นที่ของ $\triangle APQ$

= 1 : 3

นั่นคือ พื้นที่ของ $\triangle PQC = \frac{1}{3} \times$ พื้นที่ของ $\triangle APQ$

$= \frac{1}{3} \times 36$

= 12 ตารางเซนติเมตร

ดังนั้น พื้นที่ของ $\triangle APC$

= พื้นที่ของ $\triangle APQ$ + พื้นที่ของ $\triangle PQC$

$= 36 + 12$

= 48 ตารางเซนติเมตร

เนื่องจาก BP : CP = 1 : 3

จะได้ว่า พื้นที่ของ $\triangle ABP$: พื้นที่ของ $\triangle APC$

= 1 : 3

นั่นคือ พื้นที่ของ $\triangle ABP = \frac{1}{3} \times$ พื้นที่ของ $\triangle APC$

$= \frac{1}{3} \times 48$

= 16 ตารางเซนติเมตร

ดังนั้น พื้นที่ของ $\triangle ABC$

= พื้นที่ของ $\triangle ABP$ + พื้นที่ของ $\triangle APC$

$= 16 + 48$

= 64 ตารางเซนติเมตร

24. พิจารณาหน้าที่แนบติดกันของลูกเต๋า จะได้ว่า หน้าที่มีแต้มเป็น 1 มี $4 \times 4 \times 3 = 48$ หน้า และ แต้ม 2, 3, 4, 5, 6 มีอย่างละ 48 หน้า ด้วยเช่นกัน ดังนั้น ผลบวกของแต้มทั้งหมดที่อยู่บนหน้าที่แนบติดกันระหว่างลูกเต๋าเป็น $(1+2+3+4+5+6) \times 48$

$= 21 \times 48$

$= 1{,}008$

25. ขนาดของมุมภายในหนึ่งมุมของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าเป็นจำนวนเต็ม ก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายนอกหนึ่งมุมเป็นจำนวนเต็มด้วย

จากขนาดของมุมภายนอกหนึ่งมุมของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าเป็น $\frac{360^\circ}{n}$

จะได้ว่า n ต้องเป็นตัวประกอบของ 360 ซึ่งจะทำให้ขนาดของมุมภายในของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าเป็นจำนวนเต็มในหน่วยองศา

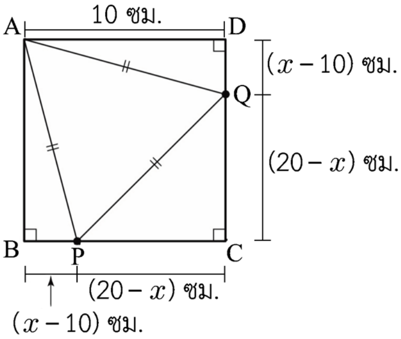
จาก $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

จะได้ว่า จำนวนตัวประกอบของ 360 มีทั้งหมด 24 จำนวน ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, 360

แต่ $n \neq 1$ และ $n \neq 2$

ดังนั้น n มี 22 จำนวน

26. หลังจากจุด P และจุด Q เคลื่อนที่ออกจากจุด A พร้อมกัน เป็นเวลา x วินาที ทำให้ $\triangle APQ$ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า
จะได้ว่าจุด P จะต้องอยู่บน $\overline{BC}$ และจุด Q จะต้องอยู่บน $\overline{CD}$ ดังรูป



เนื่องจากระยะทางที่จุด P และจุด Q เคลื่อนที่ คือ x เซนติเมตร และ $10 < x < 20$

ดังนั้น $BP = DQ = x - 10$ เซนติเมตร

และ $PC = QC = 10 - (x - 10)$

$= 20 - x$ เซนติเมตร

จาก $\triangle ABP$ จะได้ $AP^2 = 10^2 + (x-10)^2$ — (1)

จาก $\triangle PCQ$ จะได้

$PQ^2 = (20-x)^2 + (20-x)^2 = 2(20-x)^2$ — (2)

เนื่องจาก $\triangle APQ$ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า จะได้ว่า (1) = (2)

นั่นคือ $10^2 + (x-10)^2 = 2(20-x)^2$

$$100 + x^2 - 20x + 100 = 800 - 80x + 2x^2$$

$$x^2 - 60x + 600 = 0$$

$$x = 30 \pm 10\sqrt{3}$$

จาก $10 < x < 20$ จะได้ว่า $x = 30 - 10\sqrt{3}$

นั่นคือ $a = 30$ และ $b = -10$

ดังนั้น $a - b = 30 - (-10) = 40$

27. แทนคะแนนของการสอบคัดเลือกครั้งที่ 1 ของดีแลนด้วย x คะแนน

และแทนคะแนนของการสอบคัดเลือกครั้งที่ 2 ด้วย y คะแนน

จากคะแนนเฉลี่ยของการสอบคัดเลือกครั้งที่ 1 คือ 7.8 คะแนน จะได้ว่า

$$\frac{5+6+7+7+8+9+9+10+10+x}{10} = 7.8$$

$$71 + x = 78$$

$$x = 7$$

จากคะแนนเฉลี่ยของการสอบคัดเลือกครั้งที่ 2 คือ 8 คะแนน จะได้ว่า

$$\frac{5+6+7+8+8+9+9+10+10+y}{10} = 8$$

$$72 + y = 80$$

$$y = 8$$

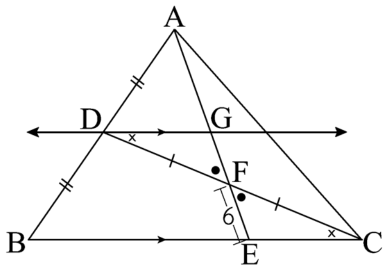
นั่นคือ คะแนนของการสอบคัดเลือกครั้งที่ 1 ของดีแลนเป็น 7 คะแนน และคะแนนของการสอบคัดเลือกครั้งที่ 2 เป็น 8 คะแนน

หาคะแนนเฉลี่ยและอันดับที่ของผู้เข้าสอบทั้ง 10 คน ได้ดังนี้

คนที่	คะแนนสอบคัดเลือก		คะแนนเฉลี่ย	อันดับที่
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2		
1	5	8	6.5	8
2	6	7	6.5	8
3	7	6	6.5	8
4	7	9	8	4
5	8	8	8	4
6	9	5	7	7
7	9	10	9.5	2
8	10	9	9.5	2
9	10	10	10	1
ดีแลน	7	8	7.5	6

ดังนั้น ดีแลนได้คะแนนเฉลี่ยจากการสอบคัดเลือกทั้งสองครั้งในอันดับที่ 6

28. ลากเส้นตรงจากจุด D ให้ขนานกับ $\overline{BC}$ ตัดกับ $\overline{AE}$ ที่จุด G ดังรูป



จะได้ว่า $G\hat{D}F = E\hat{C}F$ (มุมแย้ง)

จาก $DF = CF$ และ $D\hat{F}G = C\hat{F}E$ (มุมตรงข้าม)

ดังนั้น $\triangle DFG \cong \triangle CFE$ (มุม-ด้าน-มุม)

นั่นคือ $GF = FE = 6$ หน่วย

ดังนั้น $GE = GF + FE = 6 + 6 = 12$ หน่วย

เนื่องจาก $AD = DB$ และ $\overline{DG} \,//\, \overline{BE}$

จะได้ว่า $AG = GE = 12$ หน่วย

ดังนั้น $AF = AG + GF = 12 + 6 = 18$ หน่วย

29. เนื่องจาก $A < B < C < D < E < F < G$

จะได้ว่า เลขโดด A สามารถเป็นไปได้คือ 0, 1, 2 หรือ 3

จากประโยคสัญลักษณ์การลบ พบว่าการลบในหลักหน่วย $A - E$ มีเลขโดดของผลลัพธ์ในหลักหน่วยคือ E จะได้ว่า A ต้องเป็นจำนวนคู่

- ถ้า $A = 0$ จะได้ $E = 5$ และ G กับ D สามารถเป็นไปได้คือ 7 กับ 1, 8 กับ 2, 9 กับ 3
- ถ้า $A = 2$ จะได้ $E = 6$ และ G กับ D สามารถเป็นไปได้คือ 8 กับ 1, 9 กับ 2

จะได้ว่า กรณีที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $A < B < C < D < E < F < G$ คือ

$A = 0, E = 5, G = 9, D = 3$

เนื่องจาก $A < B < C < D$ และ $A = 0, D = 3$

ดังนั้น $B = 1$ และ $C = 2$

จาก $BC \times EA = 12 \times 50 = 600$ ดังนั้น $F = 6$

จาก $GBA \div CF = DE$ จะได้ $G10 \div 26 = 35$

$G10 = 35 \times 26 = 910$ ดังนั้น $G = 9$

นั่นคือ $A = 0, B = 1, C = 2, D = 3, E = 5, F = 6, G = 9$

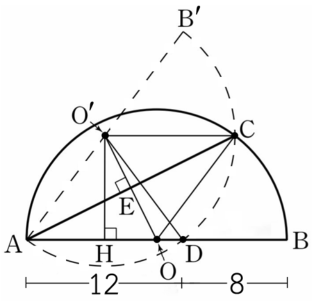
ดังนั้น $A + (B \times C) + (D \times E) + (F \times G)$

$= 0 + (1 \times 2) + (3 \times 5) + (6 \times 9)$

$= 2 + 15 + 54$

$= 71$

30. สะท้อนครึ่งวงกลม OACB โดยใช้ $\overline{AC}$ เป็นเส้นสะท้อน จะได้ภาพที่ได้จากการสะท้อนเป็นครึ่งวงกลม $O'ACB'$ โดยมีจุด O' สมนัยกับจุด O และจุด B' สมนัยกับจุด B ดังรูป



จากเส้นผ่านศูนย์กลางของครึ่งวงกลม OACB

คือ $AB = AD + DB = 12 + 8 = 20$ หน่วย

นั่นคือ $AO = OB = 10$ หน่วย

จะได้ว่า

$O'A = O'C = O'D = OC = OA = 10$ หน่วย

ลากเส้นตรงจากจุด O' มาตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ ที่จุด H

จาก $\triangle O'AD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

จะได้ว่า $AH = DH = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ หน่วย

และ $OH = OA - AH = 10 - 6 = 4$ หน่วย

จาก $\triangle O'AH$ จะได้

$O'H = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ หน่วย

จาก $\triangle O'HO$ จะได้

$O'O = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$ หน่วย

ให้จุด E เป็นจุดตัดของ $\overline{AC}$ และ $\overline{O'O}$

จาก $\square O'AOC$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน จะได้ว่า $\overline{AC}$ และ $\overline{O'O}$ แบ่งครึ่งและตั้งฉากซึ่งกันและกัน

นั่นคือ $O'E = EO = \frac{1}{2}O'O = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{5}$

$= 2\sqrt{5}$ หน่วย

จาก $\triangle O'AE$ จะได้

$AE = \sqrt{10^2 - (2\sqrt{5})^2} = 4\sqrt{5}$ หน่วย

จาก $AC = 2 \times AE$

จะได้ $AC = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$ หน่วย

นั่นคือ $a = 8\sqrt{5}$ ดังนั้น $a^2 = (8\sqrt{5})^2 = 320$