



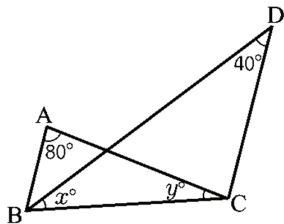
การประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ประจำปี 2564 (TEDET)
วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ชื่อ-นามสกุล	โรงเรียน
--------------	----------

คำชี้แจง

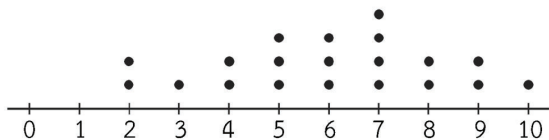
- ข้อสอบคณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 30 ข้อ
- กรณีที่ข้อสอบเป็นแบบมีตัวเลือก ให้ตอบหมายเลขข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว
- กรณีที่ข้อสอบต้องคำนวณหาคำตอบ คำตอบที่ได้จะเป็นจำนวนที่ไม่เกิน 3 หลักเท่านั้น คือ หลักหน่วย หลักสิบ และหลักร้อย
- เวลาในการทำข้อสอบคณิตศาสตร์ 90 นาที

1.



จากรูป ถ้า $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาค่าของ $x + y$

2. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้อง ม.3/1 แสดงด้วยแผนภาพจุด ดังนี้

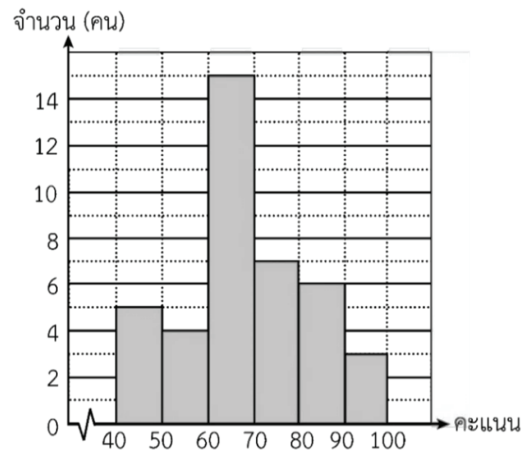


คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้อง ม.3/1

จงหาค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้อง ม.3/1 เป็นกี่คะแนน

3. ตารางแจกแจงความถี่และฮิสโทแกรมแสดงคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ม.3 ดังนี้

คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์	ความถี่ (คน)
มากกว่าหรือเท่ากับ 40 แต่น้อยกว่า 50	5
มากกว่าหรือเท่ากับ 50 แต่น้อยกว่า 60	4
มากกว่าหรือเท่ากับ 60 แต่น้อยกว่า 70	A
มากกว่าหรือเท่ากับ 70 แต่น้อยกว่า 80	7
มากกว่าหรือเท่ากับ 80 แต่น้อยกว่า 90	6
มากกว่าหรือเท่ากับ 90 แต่น้อยกว่า 100	B
รวม	C



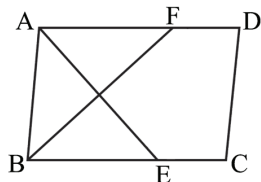
จงหาค่าของ $A + B + C$

4. ถ้า $\frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$ เป็นคำตอบของสมการ $x^2 - 3x - m = 0$ โดยที่ m เป็นค่าคงตัว จงหาค่าของ m

5. ให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

จุด E เป็นจุดบนด้าน BC ซึ่งทำให้ $\hat{BAE} = \hat{EAD}$

และจุด F เป็นจุดบนด้าน AD ซึ่งทำให้ $\hat{ABF} = \hat{FBE}$
 ดังรูป



ถ้า $\hat{BFD} = 138^\circ$ จงหาว่า \hat{AEC} กางกึ่งศา

6. จงหาค่าของ x ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \text{ และ } x^2 - x - 2 \neq 0$$

7. แผนภาพต้น - ใบ แสดงจำนวนครั้งที่นักเรียนแต่ละคนในห้องเรียนห้องหนึ่งวัดพื้นที่ได้ในระยะเวลา 1 นาที

0	4	5	6	7	8	9		
1	0	1	2	3	4	6	6	8
2	1	1	2	5	7	9	9	
3	3	3	4	6	8			
4	2	5						

สัญลักษณ์ 1 | 4 หมายถึง 14 ครั้ง

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

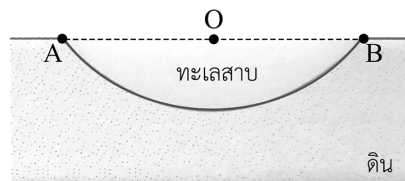
- ① ลำต้นที่มีใบมากที่สุด คือ 2
- ② จำนวนนักเรียนในห้องนี้มีทั้งหมด 27 คน
- ③ นักเรียนที่วัดพื้นที่ได้ 24 ครั้ง ในระยะเวลา 1 นาที มี 1 คน
- ④ นักเรียนที่วัดพื้นที่ได้มากกว่าหรือเท่ากับ 30 ครั้ง ในระยะเวลา 1 นาที มี 7 คน
- ⑤ มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้คือ 18 ครั้ง

8. ตารางแสดงจำนวนหนังสือที่วิลเลียมอ่านตั้งแต่เดือนกรกฎาคมถึงเดือนพฤศจิกายน พ.ศ. 2564

เดือน	ก.ค.	ส.ค.	ก.ย.	ต.ค.	พ.ย.
จำนวนหนังสือ (เล่ม)	6	9	10	11	14

ถ้าวิลเลียมต้องการให้ค่าเฉลี่ยของจำนวนหนังสือที่อ่านตั้งแต่เดือนกรกฎาคมถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2564 มากกว่าค่าเฉลี่ยของจำนวนหนังสือที่อ่านตั้งแต่เดือนกรกฎาคมถึงเดือนพฤศจิกายน พ.ศ. 2564 อยู่ 1 เล่ม จงหาว่าในเดือนธันวาคม พ.ศ. 2564 วิลเลียมต้องอ่านหนังสือกี่เล่ม

9. ภาพตัดขวางของทะเลสาบแห่งหนึ่งซึ่งมีพื้นด้านล่างเป็นรูปพาราโบลา มีจุด O อยู่ที่ตำแหน่งกึ่งกลางทะเลสาบ และจุด A และจุด B อยู่บนฝั่งของทะเลสาบ ดังรูป

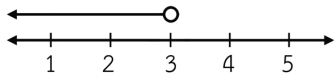


ถ้าความลึกที่จุด O คือ 20 เมตร และระยะห่างระหว่างจุด A กับจุด B เท่ากับ 80 เมตร จงหาว่าตำแหน่งที่ห่างจากจุด O ไปทางจุด B เป็นระยะทาง 20 เมตร มีความลึกกี่เมตร

10. ถ้า $(x^2 - 2x)^2 - 2x^2 + 4x - 3 = (x+a)(x+b)(x+c)^2$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว จงหาค่าของ $|a+b+c|$

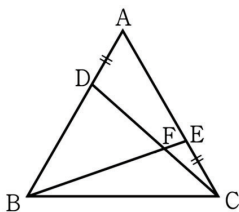
11. ให้ a และ b เป็นจำนวนนับที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 50
 ถ้านำพหุนาม $7ax - b$ รวมกับพหุนาม $x^2 - 5ax + 3b$
 แล้วนำผลลัพธ์ที่ได้มาแยกตัวประกอบ พบว่าจะแยกได้
 เป็นกำลังสองสมบูรณ์
 จงหาค่าของ $a + b$ ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้

12. กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $ax + 2a - 3b > 0$
 เมื่อ a และ b เป็นค่าคงตัว เป็นดังนี้



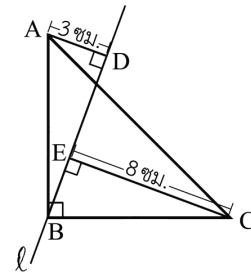
ถ้า $a - 2b = 7$ จงหาผลคูณของ a และ b

13. ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า จุด D และจุด E
 เป็นจุดบนด้าน AB และด้าน AC ตามลำดับ ซึ่ง
 $AD = CE$



จงหาว่า \hat{BFC} กางกี่องศา

14. ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม ซึ่ง $\hat{B} = 90^\circ$ และ $AB = BC$
 ให้ l เป็นเส้นตรงที่ลากผ่านจุด B ดังรูป



ลากเส้นตรงจากจุด A มาตั้งฉากกับเส้นตรง l ที่จุด D
 และลากเส้นตรงจากจุด C มาตั้งฉากกับเส้นตรง l ที่จุด E
 ถ้า $AD = 3$ เซนติเมตร และ $CE = 8$ เซนติเมตร
 จงหาว่า \overline{DE} ยาวกี่เซนติเมตร

15. นำกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ยาว 2,002 เซนติเมตร
 กว้าง 847 เซนติเมตร มาดำเนินการดังนี้
- 1) ตัดกระดาษนี้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหนึ่งรูปที่ใหญ่ที่สุดที่เป็นไปได้
 - 2) ตัดกระดาษส่วนที่เหลือที่ไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ใหญ่ที่สุดที่เป็นไปได้อีกครั้ง
 - 3) ทำซ้ำ ข้อ 2) ไปเรื่อย ๆ (ถ้าทำได้)
- จงหาว่าความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสุดท้ายที่ตัดได้จากกระดาษแผ่นนี้เท่ากับกี่เซนติเมตร

16. มีเหรียญทองที่มีขนาดเท่ากันและรูปร่างเหมือนกันอยู่ทั้งหมด 12 เหรียญ แต่เป็นเหรียญทองแท้ที่หนักเท่ากับ 11 เหรียญ และอีกหนึ่งเหรียญเป็นเหรียญทองปลอมที่หนักกว่าหรือเบากว่าเหรียญอื่น เมื่อแทนเหรียญทองแต่ละเหรียญด้วยหมายเลข ①, ②, ③, ..., ⑫ แล้วใช้เครื่องชั่งสองแขนชั่งเหรียญสามครั้ง ได้ผลดังนี้

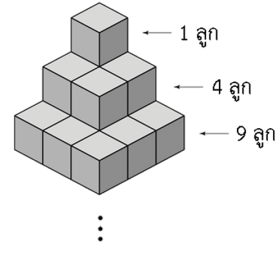
- ครั้งที่ 1 น้ำหนักรวมของ ①, ②, ③ และ ④ น้อยกว่า น้ำหนักรวมของ ⑥, ⑦, ⑧ และ ⑨
 ครั้งที่ 2 น้ำหนักรวมของ ①, ②, ⑨ และ ⑪ มากกว่า น้ำหนักรวมของ ③, ④, ⑤ และ ⑫
 ครั้งที่ 3 น้ำหนักของ ③ เท่ากับ น้ำหนักของ ④

จงหาว่าเหรียญหมายเลขใดเป็นเหรียญทองปลอม

17. นักเรียนชั้น ม.3 จำนวน 100 คน ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง เข้าร่วมการแข่งขันคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนที่ได้คะแนนสูงสุด 16 คนแรก จะได้รับรางวัล ถ้าเจสันเป็นนักเรียนชั้น ม.3 ของโรงเรียนแห่งนี้ที่เข้าร่วมการแข่งขัน โดยที่
- คะแนนของเจสันสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมดที่เข้าร่วมการแข่งขันอยู่ 30 คะแนน
 - คะแนนของเจสันต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้รับรางวัลทั้ง 16 คน อยู่ 12 คะแนน
 - คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ไม่ได้รับรางวัลเป็น $\frac{1}{3}$ ของคะแนนของเจสัน

จงหาว่าคะแนนของเจสันเท่ากับกี่คะแนน

18. วางลูกบาศก์จำนวน 140 ลูก ซ้อนกันเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติตามแบบรูปแบบหนึ่ง ดังรูป



เมื่อทาสีพื้นผิวภายนอกทั้งหมดของรูปเรขาคณิตสามมิตินี้ จงหาว่ามีลูกบาศก์ที่ไม่ถูกทาสีเลยทั้งหมดกี่ลูก

19. จังหวัดแห่งหนึ่งจัดการแข่งขันป้องกันภัยการหนึ่ง มีนักกีฬาที่ผ่านเข้ารอบชิงชนะเลิศจำนวน 8 คน ในการแข่งขันรอบชิงชนะเลิศจะแข่งแบบพบกันหมด พบว่า
- อลันและเอเดนคว้าแชมป์ร่วมกันจากการแข่งขันนี้
 - เจมส์ชนะนักกีฬาทุกคนที่ชนะไวท์
 - ไวท์ชนะนักกีฬาทุกคนที่ชนะเจมส์

ข้อใดเป็นจำนวนครั้งที่ชนะ และจำนวนครั้งที่แพ้ของอลันและเอเดน

- ① ชนะ 7 ครั้ง แพ้ 0 ครั้ง ② ชนะ 6 ครั้ง แพ้ 1 ครั้ง
 ③ ชนะ 5 ครั้ง แพ้ 2 ครั้ง ④ ชนะ 4 ครั้ง แพ้ 3 ครั้ง
 ⑤ ชนะ 3 ครั้ง แพ้ 4 ครั้ง

(• การแข่งขันเป็นแบบเดี่ยวทั้งหมดและผลการแข่งขันไม่มีเสมอ

• แชมป์ร่วมกัน หมายความว่า มีจำนวนครั้งที่ชนะเท่ากัน และชนะมากกว่านักกีฬาคนอื่นที่ไม่ได้เป็นแชมป์)

20. พิพิธภัณฑ์แห่งหนึ่งพบว่า เมื่อขึ้นราคาบัตรเข้าชมพิพิธภัณฑ์ $x\%$ แล้วจำนวนผู้ซื้อบัตรเข้าชมพิพิธภัณฑ์จะลดลง $\frac{x}{4}\%$

โดยที่ $0 < x < 50$

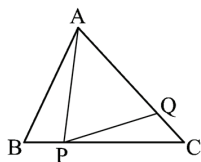
ถ้าต้องการเพิ่มรายได้ทั้งหมดที่ได้จากการจำหน่ายบัตรเข้าชมพิพิธภัณฑ์ 14%

จงหาว่าต้องขึ้นราคาบัตรเข้าชมพิพิธภัณฑ์กี่เปอร์เซ็นต์

21. กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง $y = x^2 - 6x + 5$ ตัดแกน X ที่จุด A และจุด B เมื่อเลื่อนขนานกราฟของ $y = x^2 - 6x + 5$ ลงไปตามแนวแกน Y เป็นระยะทาง q หน่วย จะได้จุดตัดบนแกน X เป็นจุด C และจุด D ถ้า $CD = 2AB$ จงหาว่าระยะทาง q เท่ากับกี่หน่วย

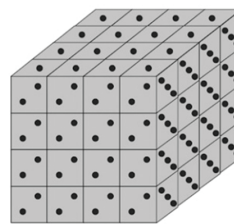
22. ถ้า $x^2 - ax + b = 0$ มีคำตอบ 2 คำตอบ ซึ่งเป็นจำนวนนับที่เรียงติดกัน และค่าสัมบูรณ์ของผลต่างกำลังสองของคำตอบทั้งสองเป็น 5 โดยที่ a และ b เป็นค่าคงตัว ให้ $A = (a-b) + (a-b)^2 + (a-b)^3 + \dots + (a-b)^{2021}$ และ $B = (b-a) + (b-a)^2 + (b-a)^3 + \dots + (b-a)^{2021}$ ข้อใดเป็นสมการกำลังสองที่มี A และ B เป็นคำตอบ
- ① $x^2 + 2x + 1 = 0$
 - ② $x^2 - 2x + 1 = 0$
 - ③ $x^2 - 1 = 0$
 - ④ $x^2 - 2020x - 2021 = 0$
 - ⑤ $x^2 - 2022x + 2021 = 0$

23. ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม โดยที่ $BP : CP = CQ : AQ = 1 : 3$ ดังรูป



ถ้าพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม APQ เท่ากับ 36 ตารางเซนติเมตร จงหาว่าพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับกี่ตารางเซนติเมตร

24. ลูกเต๋าเป็นลูกบาศก์ขนาดเล็กที่แต่ละหน้ากำกับด้วยแต้มตั้งแต่ 1 ถึง 6 นำลูกเต๋า 64 ลูก มาเรียงซ้อนกันในทิศทางเดียวกัน ดังรูป

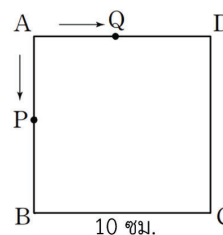


จงหาว่า ผลบวกของแต้มทั้งหมดที่อยู่บนหน้าที่แนบติดกันระหว่างลูกเต๋าเป็นเท่าใด

- ① 1,152
- ② 1,008
- ③ 840
- ④ 756
- ⑤ 576

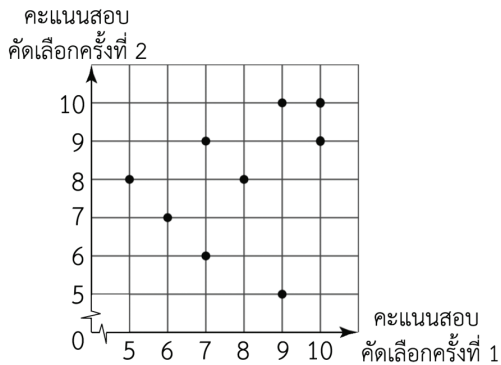
25. จงหาว่ามีจำนวนเต็มบวก n ทั้งหมดกี่จำนวน ที่ทำให้ขนาดของมุมภายในของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าเป็นจำนวนเต็มในหน่วยองศา

26. ให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาวด้านละ 10 เซนติเมตร จุด P และจุด Q เริ่มเคลื่อนที่พร้อมกันจากจุด A ไปยังจุด C โดยเคลื่อนที่ไปบนด้านของรูปสี่เหลี่ยม ABCD ด้วยอัตราเร็วเท่ากันคือ 1 เซนติเมตรต่อวินาที ในทิศทางดังรูป



เมื่อจุด P และจุด Q เคลื่อนที่ผ่านไป $a + b\sqrt{3}$ วินาที โดยที่ a และ b เป็นจำนวนตรรกยะ พบว่า APQ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า จงหาค่าของ $a - b$

27. กราฟแสดงความสัมพันธ์ของคะแนนสอบคัดเลือกครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 ของผู้เข้าสอบ 9 คน จากผู้เข้าสอบทั้งหมด 10 คน ยกเว้นดีแลน



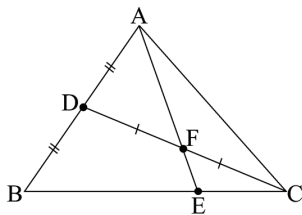
จากกราฟ จุดแต่ละจุดแทนผู้เข้าสอบแต่ละคน โดยพิกัด (a, b) ของจุด หมายถึง ผู้เข้าสอบคนนี้มีคะแนนสอบคัดเลือกครั้งที่ 1 เท่ากับ a คะแนน และมีคะแนนสอบคัดเลือกครั้งที่ 2 เท่ากับ b คะแนน

ถ้าผู้เข้าสอบทั้ง 10 คน มีคะแนนเฉลี่ยของการสอบคัดเลือกครั้งที่ 1 เป็น 7.8 คะแนน และคะแนนเฉลี่ยของการสอบคัดเลือกครั้งที่ 2 เป็น 8 คะแนน

จงหาว่าดีแลนได้คะแนนเฉลี่ยจากการสอบคัดเลือกทั้งสองครั้งเป็นอันดับที่เท่าไร เมื่อจัดอันดับตามคะแนนเฉลี่ยจากมากไปน้อย

(ตัวอย่างการจัดอันดับ เช่น มีผู้เข้าสอบที่ได้คะแนนถัดจากอันดับที่ 1 เท่ากันสองคน ผู้เข้าสอบสองคนนี้จะอยู่ในอันดับที่ 2 ทั้งคู่ และผู้เข้าสอบคนถัดไปจะอยู่ในอันดับที่ 4)

28. ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม มีจุด D เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AB และจุด F เป็นจุดกึ่งกลางของ \overline{DC} ถ้าต่อ \overline{AF} มาตัดด้าน BC ที่จุด E จะได้ว่า $FE=6$ หน่วย ดังรูป



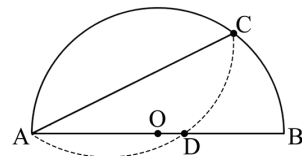
จงหาว่า \overline{AF} ยาวกี่หน่วย

29. ให้ A, B, C, D, E, F และ G แทนเลขโดด โดยที่ $A < B < C < D < E < F < G$ และสอดคล้องกับการลบ การคูณ และการหารต่อไปนี้

$$\begin{array}{r} GA \\ \underline{DE} \\ \hline EE \end{array} - \quad \begin{array}{r} BC \\ \underline{EA} \\ \hline FAA \end{array} \times \quad \begin{array}{r} DE \\ CF \overline{)GBA} \end{array}$$

จงหาค่าของ $A + (B \times C) + (D \times E) + (F \times G)$

30. ให้จุด O เป็นจุดกึ่งกลางของ \overline{AB} ให้จุด C เป็นจุดบนครึ่งวงกลมที่มี \overline{AB} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง สะท้อนส่วนโค้ง AC โดยมี \overline{AC} เป็นเส้นสะท้อน ภาพที่ได้จากการสะท้อนจะตัด \overline{AB} ที่จุด D ดังรูป



ถ้า $AD=12$ หน่วย $BD=8$ หน่วย และ $AC=a$ หน่วย

จงหาค่าของ a^2