TEDET
Thailand Educational
Development and Evaluation Tests

SEAMEO

TEM-ED

โครงการประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

เฉลยแบบทดสอบ ประจำปี 2565

วิชาคณิตศาสตร์ มัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	3	16	20
2	13	17	4
3	5	18	338
4	36	19	108
5	3	20	28
6	10	21	300
7	11	22	150
8	36	23	16
9	28	24	108
10	124	25	64
11	4	26	112
12	420	27	9
13	347	28	64
14	4	29	14
15	4	30	4

info@tedet.or.th 02-747-3800 www.tedet.or.th TEDET @tedet.or.th

คำอธิบาย

1. • บวก 3 ทั้งสองข้างของ $x - 3 = 7$

จะได้ $x - 3 + 3 = 7 + 3$

$x = 10$

• ลบ 1 ทั้งสองข้างของ $2x + 1 = 15$

จะได้ $2x + 1 - 1 = 15 - 1$

$2x = 14$

แล้วหารทั้งสองข้างด้วย 2

จะได้ $2x \div 2 = 14 \div 2$

$x = 7$

ดังนั้น จำนวนที่ไม่ถูกต้องคือ ข้อ ③

2. เนื่องจาก $9^3 + 9^3 + 9^3 = 3^a$

จะได้ว่า $9^3 + 9^3 + 9^3 = 3 \times 9^3$

$= 3 \times (3^2)^3$

$= 3 \times 3^6$

$= 3^7$

นั่นคือ $a = 7$

และจาก $\dfrac{36^9}{72^6} = 3^b$

จะได้ว่า $\dfrac{36^9}{72^6} = \dfrac{(2^2 \times 3^2)^9}{(2^3 \times 3^2)^6}$

$= \dfrac{2^{18} \times 3^{18}}{2^{18} \times 3^{12}}$

$= 3^6$

นั่นคือ $b = 6$

ดังนั้น $a + b = 7 + 6 = 13$

3. $$\frac{1024^2 - \left(8 \times 256^2\right)}{128^2} = \frac{\left(2^{10}\right)^2 - 2^3 \times \left(2^8\right)^2}{\left(2^7\right)^2}$$

$$= \frac{2^{20} - \left(2^3 \times 2^{16}\right)}{2^{14}}$$

$$= \frac{2^{20} - 2^{19}}{2^{14}}$$

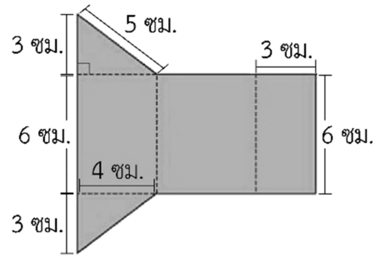
$$= \frac{2^{19}\left(2 - 1\right)}{2^{14}}$$

$$= \frac{2^{19}}{2^{14}}$$

$$= 2^5$$

ดังนั้น $n = 5$

4.



รูปเรขาคณิตสามมิติที่สร้างจากรูปคลี่คือ ปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น รูปเรขาคณิตสามมิติที่สร้างได้นี้มีปริมาตร

เท่ากับ $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 6 = 36$ ลูกบาศก์เซนติเมตร

5. ⓐ $4x(2y - 1) = 8xy - 4x$

ⓑ $(-5a^2b + 10ab^2) \div 5ab = -a + 2b$

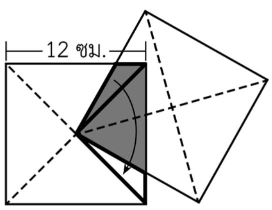
ⓒ $2(x - y) - 5x(x - 1) = -5x^2 + 7x - 2y$

ดังนั้น ข้อที่ถูกต้องคือ ⓑ, ⓒ

6. นักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า 90 คะแนน แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 100 คะแนน มี 1 คน
   นักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า 80 คะแนน แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 90 คะแนน มี 2 คน
   นักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า 70 คะแนน แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 80 คะแนน มี 10 คน
   จะได้ว่า นักเรียนที่ได้คะแนนสูงเป็นอันดับที่ 5 อยู่ในช่วงคะแนนมากกว่า 70 คะแนน แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 80 คะแนน
   ดังนั้น มีนักเรียนได้คะแนนในช่วงนี้ 10 คน

7. เนื่องจากความยาวด้านของที่ดินรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดใหญ่คือ $\sqrt{54} = 3\sqrt{6}$ เมตร
   และความยาวด้านของที่ดินรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเล็กคือ $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ เมตร
   จะได้ว่า ระยะห่างระหว่างต้นไม้สองต้นคือ
   $3\sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 5\sqrt{6}$ เมตร
   นั่นคือ $a = 5$ และ $b = 6$
   ดังนั้น $a + b = 5 + 6 = 11$

8. ถ้าย้ายรูปสามเหลี่ยมไปตามทิศทางของลูกศรดังรูป



   จะได้ว่า พื้นที่ของส่วนที่แรเงาเป็น $\frac{1}{4}$ เท่าของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
   ดังนั้น พื้นที่ของส่วนที่แรเงาเท่ากับ
   $12 \times 12 \times \frac{1}{4} = 36$ ตารางเซนติเมตร

9. เนื่องจาก นักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า 70 คะแนน มี 72 คน นั่นคือ $C + D + E = 72$
   จะได้ว่า นักเรียนที่ได้คะแนนน้อยกว่าหรือเท่ากับ 70 คะแนน มี $100 - 72 = 28$ คน
   นั่นคือ $A + B = 28$
   จากนักเรียนที่ได้คะแนนน้อยกว่าหรือเท่ากับ 80 คะแนน มี 58 คน นั่นคือ $A + B + C = 58$
   จะได้ว่า $C = 58 - 28 = 30$
   เนื่องจาก นักเรียนที่ได้คะแนนน้อยกว่าหรือเท่ากับ 60 คะแนน เป็น $\frac{1}{3}$ ของนักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า 60 คะแนน แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 70 คะแนน จะได้ว่า $A : B = 1 : 3$
   นั่นคือ $B = 28 \times \frac{3}{4} = 21$
   และจากนักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า 90 คะแนน เป็น $\frac{2}{3}$ ของนักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า 60 คะแนน แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 70 คะแนน จะได้ว่า
   $E = 21 \times \frac{2}{3} = 14$
   ดังนั้น นักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า 80 คะแนน แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 90 คะแนน มี
   $72 - 30 - 14 = 28$ คน

10. เนื่องจาก $221 = 13 \times 17$ และจากจำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง 2,022 มีจำนวนที่เป็นพหุคูณของ 17 น้อยกว่า จำนวนที่เป็นพหุคูณของ 13
    ดังนั้น พิจารณาจำนวนครั้งของการหารด้วย 221 ลงตัว จากจำนวนที่เป็นพหุคูณของ 17 และ 17^2
    จาก $2{,}022 \div 17 = 118$ เศษ 16
    และ $2{,}022 \div 17^2 = 6$ เศษ 288
    นั่นคือ มีการหารด้วย 221 ได้ลงตัวทั้งหมด
    $118 + 6 = 124$ ครั้ง
    ดังนั้น $n = 124$

11. พื้นที่หน้าฐานทั้งสองเท่ากับ

$(\pi \times 6^2 \times \frac{3}{4}) \times 2 = 54\pi$ ตารางเซนติเมตร

พื้นที่หน้าข้างเท่ากับ

$\{(2\pi \times 6 \times \frac{3}{4}) \times 8\} + \{(6 \times 2) \times 8\}$

$= 72\pi + 96$ ตารางเซนติเมตร

ดังนั้น พื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิตินี้เท่ากับ $54\pi + (72\pi + 96) = 126\pi + 96$ ตารางเซนติเมตร

12. ผลบวกพื้นที่ผิวของลูกบาศก์ 3 ลูก เท่ากับ

$25 \times 6 \times 3 = 450$ ตารางเซนติเมตร

และพื้นที่ของส่วนที่ซ้อนกันเท่ากับ

$5 \times (5-2) \times 2 = 30$ ตารางเซนติเมตร

ดังนั้น พื้นที่ผิวทั้งหมดของรูปเรขาคณิตสามมิตินี้เท่ากับ $450 - 30 = 420$ ตารางเซนติเมตร

13. • $1.\dot{6}$ เขียนในรูปของเศษส่วนได้เป็น $\frac{15}{9} = \frac{5}{3}$

นั่นคือ A = 3

• $2^9 \times 5^5 = 2^4 \times 2^5 \times 5^5$

$= 16 \times (2 \times 5)^5$

$= 16 \times 10^5$

$= 1{,}600{,}000$

ซึ่งเป็นจำนวนนับ 7 หลัก นั่นคือ B = 7

• $\frac{5}{7}$ เขียนในรูปของทศนิยมซ้ำได้เป็น $0.\dot{7}1428\dot{5}$

ซึ่งมีตัวเลขที่วนซ้ำคือ 714285 นั่นคือ C = 4

ดังนั้น จำนวนนับสามหลักที่น้อยที่สุดที่สร้างได้คือ 347

14. ถ้าให้นักเรียนหญิง 2 คน เป็น A และ B

นักเรียนชาย 2 คน เป็น C และ D

เนื่องจากนั่งเป็นวงกลม ถ้าให้นักเรียนหญิง A เป็นเกณฑ์ จำนวนเหตุการณ์ที่นักเรียน 4 คน นั่งเก้าอี้มี 6 กรณี คือ

(A, B, C, D), (A, B, D, C), (A, C, B, D),

(A, C, D, B), (A, D, B, C), (A, D, C, B)

จะได้ว่า กรณีที่นักเรียนหญิงนั่งติดกันมี 4 กรณี คือ (A, B, C, D), (A, B, D, C), (A, C, D, B), (A, D, C, B)

15. เนื่องจาก $\sqrt{a^2} = -a$ จะได้ว่า $a < 0$

และจาก $\sqrt{b^2} = b$ จะได้ว่า $b > 0$

นั่นคือ $a - b < 0$ และ $ab < 0$

ฉะนั้น กราฟของสมการ $y = (a - b)x + ab$ มีความชันเป็นลบ กราฟเส้นตรงจึงเอียงลงจากบนซ้ายไปล่างขวา และตัดกับแกน Y ค่าเป็นลบ ดังนั้น กราฟที่ได้คือ ข้อ ④

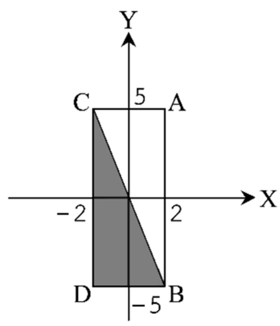
16. พิกัดของจุด B, C, D

คือ B(2, – 5),

C(– 2, 5),

D(– 2, – 5)

ดังรูป



ดังนั้น พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม CDB เท่ากับ

$\frac{1}{2} \times 4 \times 10 = 20$ ตารางหน่วย

17. จากกราฟเส้น ถ้าแสดงจำนวนนักเรียนตามขนาดรองเท้าเป็นตารางได้ดังนี้

ขนาดรองเท้า (มิลลิเมตร)	ห้อง 1	ห้อง 2
230	1	2
235	4	3
240	8	6
245	8	9
250	5	6
255	4	3
260	2	1
รวม	32	30

ⓐ นักเรียนห้อง 1 มี 32 คน และนักเรียนห้อง 2 มี 30 คน ดังนั้น นักเรียนห้อง 1 และห้อง 2 มีจำนวนไม่เท่ากัน

ⓑ ค่าเฉลี่ยขนาดรองเท้าของห้อง 1 เป็น

$$200+\frac{30+35(4)+40(8)+45(8)+50(5)+55(4)+60(2)}{32}$$

= 245 มิลลิเมตร

ค่าเฉลี่ยขนาดรองเท้าของห้อง 2 เป็น

$$200+\frac{30(2)+35(3)+40(6)+45(9)+50(6)+55(3)+60}{30}$$

= 244.5 มิลลิเมตร

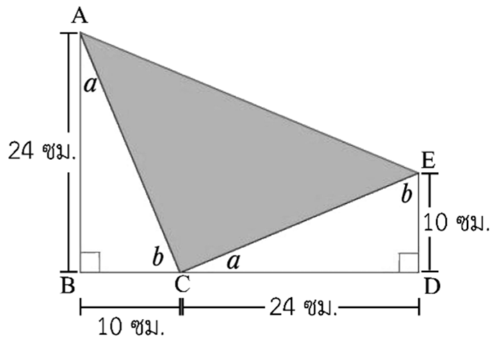
ดังนั้น ค่าเฉลี่ยขนาดรองเท้าของห้อง 1 มากกว่าห้อง 2

ⓒ เมื่อเรียงลำดับขนาดรองเท้าจากเล็กไปใหญ่ จากห้อง 1 มีนักเรียนทั้งหมด 32 คน จะได้ว่ามัธยฐานขนาดของรองเท้าคือ ขนาดรองเท้าในลำดับที่ 16 กับ 17 ซึ่งขนาดรองเท้าคือ 245 มิลลิเมตร ดังนั้น มัธยฐานขนาดรองเท้าของห้อง 1 คือ 245 มิลลิเมตร ฐานนิยมขนาดรองเท้าของห้อง 2 คือ 245 มิลลิเมตร

ดังนั้น มัธยฐานขนาดรองเท้าของห้อง 1 และฐานนิยมขนาดรองเท้าของห้อง 2 มีค่าเท่ากัน

ⓓ จากห้อง 2 มีนักเรียนทั้งหมด 30 คน จะได้ว่ามัธยฐานขนาดของรองเท้าคือ ขนาดรองเท้าในลำดับที่ 15 กับ 16 ซึ่งขนาดรองเท้าคือ 245 มิลลิเมตร ดังนั้น มัธยฐานขนาดรองเท้าของห้อง 2 คือ 245 มิลลิเมตร ซึ่งมีค่าเท่ากับมัธยฐานขนาดรองเท้าของห้อง 1

18. เนื่องจาก $\triangle ABC$ กับ $\triangle CDE$ ซ้อนทับกันได้สนิทพอดี จะได้ดังรูป



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$AC = \sqrt{24^2+10^2} = 26$ เซนติเมตร

และ $AC = CE = 26$ เซนติเมตร

เนื่องจาก $A\hat{C}E = 180 - (a + b) = 90^\circ$

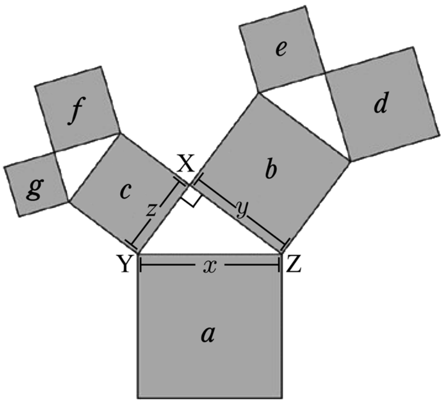
ดังนั้น พื้นที่ของ $\triangle ACE = \frac{1}{2} \times 26 \times 26$

$= 338$ ตารางเซนติเมตร

19. จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

เนื่องจาก $x^2 = y^2 + z^2$

ถ้าแสดงพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูป เป็น $a, b, ..., g$ ตารางหน่วย ดังรูป



เนื่องจาก $a = b + c$, $b = d + e$

และ $c = f + g$

จะได้ว่า ผลบวกพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมด

คือ $a + b + c + d + e + f + g$

$= a + b + c + (d + e) + (f + g)$

$= a + b + c + b + c$

$= a + (b + c) + (b + c)$

$= a + a + a$

$= 3a$

เนื่องจากพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ใหญ่ที่สุด เท่ากับ 36 ตารางหน่วย กล่าวคือ $a = 36$

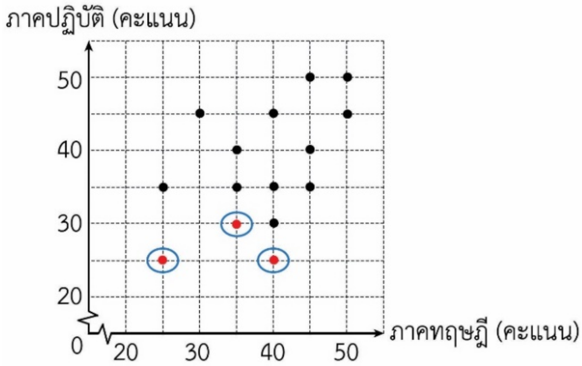
ดังนั้น พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมดเท่ากับ $3a = 3 \times 36 = 108$ ตารางหน่วย

20. เนื่องจากจำนวนนักเรียนทั้งหมด 15 คน

จำนวนนักเรียน 20% ที่ได้คะแนนรวมน้อยคือ

$15 \times \frac{20}{100} = 3$ คน

จากกราฟ นักเรียน 3 คน ที่ได้คะแนนน้อยที่สุดคือ



คะแนนภาคทฤษฎี 20% และภาคปฏิบัติ 80% ของนักเรียน 3 คน ที่ได้คะแนนรวมน้อยที่สุด เป็นดังนี้

- คู่อันดับ (25, 25) ได้คะแนนรวมเป็น

$(25 \times \frac{20}{100}) + (25 \times \frac{80}{100})$

$= 5 + 20$

$= 25$ คะแนน

- คู่อันดับ (40, 25) ได้คะแนนรวมเป็น

$(40 \times \frac{20}{100}) + (25 \times \frac{80}{100})$

$= 8 + 20$

$= 28$ คะแนน

- คู่อันดับ (35, 30) ได้คะแนนรวมเป็น

$(35 \times \frac{20}{100}) + (30 \times \frac{80}{100})$

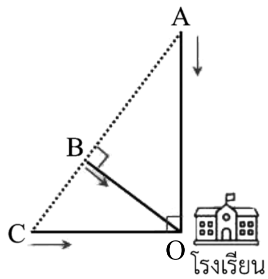
$= 7 + 24$

$= 31$ คะแนน

ดังนั้น คะแนนเฉลี่ยของนักเรียน 20% แรก ที่ได้คะแนนรวมน้อย เท่ากับ

$\frac{25 + 28 + 31}{3} = \frac{84}{3} = 28$ คะแนน

21. ถ้าแทนตำแหน่งของโรงเรียนด้วยจุด O



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$AC^2 = AO^2 + CO^2 = 2^2 + 1.5^2$

$= 4 + 2.25$

$= 6.25$

$= 2.5^2$

นั่นคือ AC = 2.5 กิโลเมตร

ให้ OB = x กิโลเมตร

จากวิธีการหาพื้นที่ของ △OAC

จะได้ว่า $\frac{1}{2} \times x \times 2.5 = \frac{1}{2} \times 2 \times 1.5$

$x = 1.2$

ดังนั้น ระยะทางที่สั้นที่สุดจากบ้านของ B ไปโรงเรียน กับระยะทางที่สั้นที่สุดจากบ้านของ C ไปโรงเรียน ต่างกัน 1.5 – 1.2 = 0.3 กิโลเมตร

= 300 เมตร

22. จำนวนนักเรียนชายที่ผ่านการคัดเลือกคือ

$70 \times \frac{4}{7} = 40$ คน

จำนวนนักเรียนหญิงที่ผ่านการคัดเลือกคือ

$70 \times \frac{3}{7} = 30$ คน

ถ้าให้จำนวนนักเรียนชายที่ไม่ผ่านการคัดเลือกเป็น $5k$ คน และจำนวนนักเรียนหญิงที่ไม่ผ่านการคัดเลือกเป็น $3k$ คน

จะได้ว่า $40 + 5k : 30 + 3k = 3 : 2$

นั่นคือ $(40 + 5k) \times 2 = (30 + 3k) \times 3$

$80 + 10k = 90 + 9k$

$k = 10$

ดังนั้น มีนักเรียนสมัครเข้าค่ายกิจกรรมสะเต็มศึกษานี้ทั้งหมด

$(40 + 5k) + (30 + 3k) = 90 + 60 = 150$ คน

23. เพื่อความสะดวก แทนพื้นที่ทั้งสี่ด้วยหมายเลข ①, ②, ③, ④

พิจารณาสร้างสะพานโดยยึดพื้นที่ ① เป็นพื้นที่อ้างอิง มีทางเป็นไปได้ 3 รูปแบบ คือ

1) <u>ทั้งสามสะพานผ่านพื้นที่ ①</u>

เขียนแทนด้วย ①②, ①③, ①④

ทำได้ 1 วิธี

2) <u>มีสองสะพานพอดีที่ผ่านพื้นที่ ①</u>

ซึ่งเป็นไปได้ 3 วิธี คือ ①②, ①③ หรือ ①②, ①④ หรือ ①③, ①④

ในแต่ละวิธี เช่น ①②, ①③ สร้างสะพานที่สามได้เป็น ②④ หรือ ③④ จำนวน 2 วิธี

ด้วยกรณีนี้สร้างได้ทั้งหมด 3 x 2 = 6 วิธี

3) <u>มีหนึ่งสะพานพอดีที่ผ่านพื้นที่ ①</u>

ซึ่งเป็นไปได้ 3 วิธี คือ ①② หรือ ①③ หรือ ①④

ในแต่ละวิธี เช่น ①② สร้างสะพานอีกสองสะพานได้เป็น ②③, ②④ หรือ ②③, ③④ หรือ ②④, ③④

จำนวน 3 วิธี

ด้วยกรณีนี้สร้างได้ทั้งหมด 3 x 3 = 9 วิธี

สรุปว่า สามารถสร้างสะพานได้ทั้งหมด

1 + 6 + 9 = 16 วิธี

24. จำนวนนักเรียนหญิงในโรงเรียนแห่งนี้มี

$1{,}200 \times \dfrac{108}{360} = 360$ คน

เนื่องจาก อัตราส่วนของนักเรียนหญิงที่ชอบการเรียนแบบตอบโต้ต่อการเรียนรูปแบบอื่น ๆ คือ 8 : 1 จะได้ว่า

นักเรียนหญิงที่ชอบการเรียนรูปแบบอื่น ๆ เป็น

$40 \div 8 = 5\%$

เนื่องจากผลบวกของนักเรียนหญิงที่ชอบการเรียนแบบเน้นเนื้อหากับการเรียนแบบเน้นการบ้านเป็น

$100 - (40 + 5) = 55\%$

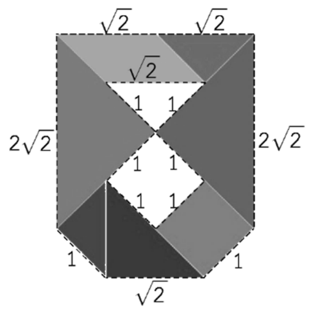
จะได้ว่า นักเรียนหญิงที่ชอบการเรียนแบบเน้นการบ้านเป็น $55 \times \dfrac{6}{5+6} = 30\%$

ดังนั้น มีนักเรียนหญิงที่ชอบการเรียนแบบเน้นการบ้าน $360 \times \dfrac{30}{100} = 108$ คน

25. เนื่องจากความยาวของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเท่ากับ

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2 + \left(2\sqrt{2}\right)^2} &= \sqrt{8+8} \\ &= \sqrt{16} \\ &= 4 \text{ หน่วย}\end{aligned}$$

เมื่อแสดงความยาวด้านในแต่ละชิ้นส่วนจะได้ดังนี้



นั่นคือ ความยาวรอบรูปคือ

$(2\sqrt{2} \times 2) + (1 \times 8) + (\sqrt{2} \times 4)$

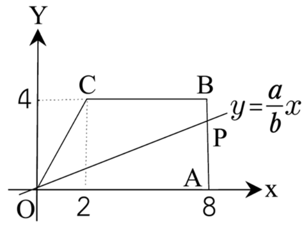
$= 4\sqrt{2} + 8 + 4\sqrt{2}$

$= 8 + 8\sqrt{2}$ หน่วย

ดังนั้น $a \times b = 8 \times 8 = 64$

26. เนื่องจากจุด P เป็นจุดตัดของกับด้าน AB กับ

กราฟของสมการ $y = \dfrac{a}{b}x$



จะได้ว่า พิกัดของจุด P คือ $(8, \dfrac{8a}{b})$

นั่นคือ พื้นที่ของ △POA เท่ากับ

$\dfrac{1}{2} \times 8 \times \dfrac{8a}{b} = \dfrac{32a}{b}$ ตารางหน่วย

เนื่องจาก พื้นที่ของ □OABC เท่ากับ

$\dfrac{1}{2} \times (8 + 6) \times 4 = 28$ ตารางหน่วย

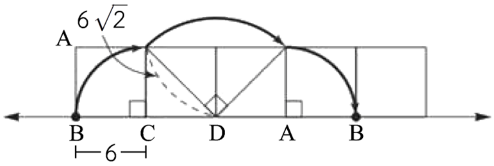
และจาก พื้นที่ของ △POA เป็น $\dfrac{1}{2}$ ของพื้นที่ของ □OABC จะได้ว่า $\dfrac{32a}{b} = 28 \times \dfrac{1}{2} = 14$

นั่นคือ $\dfrac{a}{b} = \dfrac{7}{16}$

ดังนั้น $a \times b = 7 \times 16 = 112$

27. ความยาวเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคือ $\sqrt{6^2+6^2} = 6\sqrt{2}$ หน่วย

แสดงการเคลื่อนที่ของจุด B เมื่อหมุนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD ไปทางขวาครบหนึ่งรอบ ดังรูป



จะได้ว่า ระยะทางที่จุด B เคลื่อนที่ไปตามการหมุนคือ

$(2\pi \times 6 \times \frac{1}{4}) + (2\pi \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{4})$

$+ (2\pi \times 6 \times \frac{1}{4})$

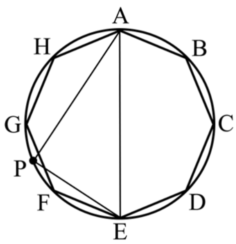
$= (6 + 3\sqrt{2})\pi$

นั่นคือ $a = 6$ และ $b = 3$

ดังนั้น $a + b = 6 + 3 = 9$

28. เนื่องจาก รูป ABCDEFGH เป็นรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่า และเส้นทแยงมุม AE, BF, CG, DH เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

ถ้าลากเส้นเชื่อมจุด P กับปลายทั้งสองข้างของเส้นทแยงมุม จะได้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีเส้นทแยงมุมเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก ดังรูป



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$PA^2 + PE^2 = 4^2$ $\quad PB^2 + PF^2 = 4^2$

$PC^2 + PG^2 = 4^2$ $\quad PD^2 + PH^2 = 4^2$

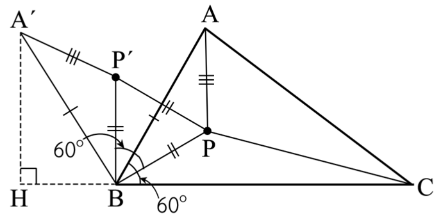
ดังนั้น $PA^2 + PB^2 + PC^2 + PD^2 + PE^2 + PF^2$

$+ PG^2 + PH^2$

$= 4^2 + 4^2 + 4^2 + 4^2$

$= 64$

29. ถ้าสร้างรูปแสดงตำแหน่งซุปเปอร์มาร์เก็ต A, B, C และคลังสินค้า P เป็นจุดหนึ่ง ดังรูป



ถ้าหมุน $\triangle ABP$ ที่มี P ทวนเข็มนาฬิกาไป 60°

โดยให้จุด B เป็นจุดหมุน ได้เป็น $\triangle A'BP'$

จะได้ว่า $BA' = BA$, $BP' = BP$, $A'P' = AP$

เนื่องจาก $BP' = BP$

และ $P'\hat{B}P = 180 - 120 = 60^\circ$

จะได้ว่า $\triangle BPP'$ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

ฉะนั้น $BP = P'P$

เนื่องจาก $PA + PB + PC = P'A' + P'P' + PC$

$\geq A'C$

จะได้ว่า ผลบวกระยะทางที่น้อยที่สุดเท่ากับความยาวของ $\overline{A'C}$

ถ้าจุด H เป็นจุดที่ลากเส้นจากจุด A′ มาตั้งฉากกับเส้นที่ลากต่อจาก $\overline{BC}$

จาก $A'\hat{B}C = 120^\circ$ จะได้ว่า

$A'\hat{B}H = 180 - 120 = 60^\circ$

จาก $\triangle A'BH$ จะได้ $A'B : A'H : HB = 2 : \sqrt{3} : 1$

เนื่องจาก $A'B = 6$ กิโลเมตร จะได้ว่า

$A'H = 3\sqrt{3}$ กิโลเมตร และ $HB = 3$ กิโลเมตร

พิจารณา $\triangle A'HC$ และจากทฤษฎีบทพิทาโกรัส

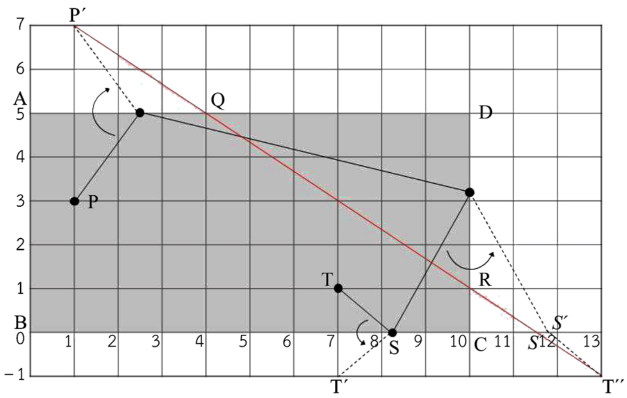
จะได้ว่า $A'C = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + (3+10)^2}$

$= \sqrt{196}$

$= 14$ กิโลเมตร

ดังนั้น ผลบวกระยะทางที่น้อยที่สุดจากคลังสินค้าไปยังซุปเปอร์มาร์เก็ตทั้งสามแห่งเท่ากับ 14 กิโลเมตร

30. ถ้าแสดงบนกราฟของคู่อันดับ โดยให้จุด B เป็นจุดกำเนิด ดังรูป



การเคลื่อนที่จากจุด P ไปยังจุด T โดยผ่านจุด Q, R, S ตามลำดับ ด้วยระยะทางการเคลื่อนที่สั้นที่สุด จะได้ว่า

ความยาวของ PQ + QR + RS + ST น้อยที่สุด ซึ่งสามารถหาโดยใช้วิธีการสะท้อนได้

นั่นคือ ถ้าสองจุด Q, R อยู่บนเส้นตรง P´T´´ ระยะทางจะน้อยที่สุด

เนื่องจากความชันของเส้นตรง P´T´´ คือ

$$\frac{-1-7}{13-1} = -\frac{2}{3}$$

จะได้ว่า ความชันของเส้นตรง RT´´ คือ $-\frac{2}{3}$

ถ้าให้พิกัดของ R เป็น (10, a) จะได้ว่า

$$\frac{-1-a}{13-10} = -\frac{2}{3}$$ นั่นคือ $a = 1$

จาก R(10, 1) ดังนั้น ระยะทางระหว่างจุด D กับจุด R เท่ากับ 5 – 1 = 4 เมตร