



TEDET

Thailand Educational
Development and Evaluation Tests



โครงการประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศ ทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์



เฉลยแบบทดสอบ ประจำปี 2565



วิชาคณิตศาสตร์ มัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	5	16	3
2	124	17	19
3	121	18	11
4	8	19	96
5	4	20	200
6	24	21	12
7	12	22	10
8	4	23	25
9	14	24	15
10	4	25	3
11	128	26	5
12	420	27	60
13	2	28	1
14	5	29	12
15	6	30	144

คำอธิบาย

$$1. a^4 - 1 = (a^2 + 1)(a^2 - 1)$$

$$= (a^2 + 1)(a + 1)(a - 1)$$

ดังนั้น ข้อที่ไม่ใช่ตัวประกอบของ $a^4 - 1$ คือ

⑤ $a^2 - a$

$$2. -12^2 + 13^2 - 14^2 + 15^2 - 16^2 + 17^2 - 18^2 + 19^2$$

$$= (19^2 - 18^2) + (17^2 - 16^2) + (15^2 - 14^2)$$

$$+ (13^2 - 12^2)$$

$$= (19 + 18)(19 - 18) + (17 + 16)(17 - 16)$$

$$+ (15 + 14)$$

$$(15 - 14) + (13 + 12)(13 - 12)$$

$$= 19 + 18 + 17 + 16 + 15 + 14 + 13 + 12$$

$$= 124$$

3. เนื่องจาก $x^2 - 4xy + 4y^2 = (x - 2y)^2$

และจาก $x - 2y = (2\sqrt{3} - 5) - 2(\sqrt{3} + 3)$

$$= -11$$

ดังนั้น $(x - 2y)^2 = (-11)^2 = 121$

4. ให้จำนวนนับจำนวนหนึ่งเป็น x

จะได้ว่า $x^2 - 2x = 48$

นั่นคือ $x^2 - 2x - 48 = 0$

$$(x + 6)(x - 8) = 0$$

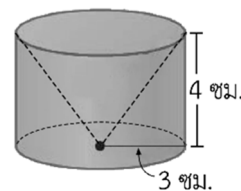
$$x = -6 \text{ หรือ } x = 8$$

เนื่องจาก $x > 0$ จะได้ว่า $x = 8$

ดังนั้น จำนวนนับจำนวนนั้นคือ 8

5. เนื่องจากความชันของกราฟสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้เป็นจำนวนบวก และระยะตัดแกน Y เป็นจำนวนลบ จะได้ว่า $a > 0$ และ $b < 0$
- จากกราฟของ $y = abx^2 - bx - a + b$ เป็นกราฟพาราโบลา จะได้ว่า
- (i) เนื่องจาก $ab < 0$ จึงเป็นกราฟพาราโบลาคั่ว
 - (ii) เนื่องจาก $ab < 0, -b > 0$ และ $-b + a < 0$ จะได้ว่า จุดตัดแกน X อยู่ทางด้านขวาของแกน Y ทั้งสองจุด
 - (iii) เนื่องจาก $-a + b < 0$ จะได้ว่า จุดที่ตัดบนแกน Y อยู่ใต้แกน X
- ดังนั้น ลักษณะกราฟของสมการกำลังสอง $y = abx^2 - bx - a + b$ คือ ข้อ ④

6.



ปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติ

$$= \text{ปริมาตรของทรงกระบอก} - \text{ปริมาตรของกรวย}$$

$$= (\pi \times 3^2 \times 4) - \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4\right)$$

$$= 24\pi \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

7. ให้ความยาวสูงเอียงของกรวยเป็น l เซนติเมตร
 จะได้ว่า ความยาวเส้นรอบรูปของวงกลมเท่ากับ
 $2\pi l$ เซนติเมตร
 เนื่องจาก ความยาวเส้นรอบรูปหน้าฐานของกรวย
 คือ $2\pi \times 3 = 6\pi$ เซนติเมตร
 จะได้ว่า $2\pi l = 6\pi \times 4$

$$l = 12$$

ดังนั้น ความยาวสูงเอียงของกรวยเท่ากับ
 12 เซนติเมตร

8. ปริมาตรของทองคำตันทรงกรวย

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 12$$

$$= 144\pi \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

ปริมาตรของทองคำตันทรงกลม

$$= \frac{4}{3} \pi \times 3^3$$

$$= 36\pi \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

ดังนั้น สามารถทำทองคำตันทรงกลมได้ทั้งหมด

$$144\pi \div 36\pi = 4 \text{ ลูก}$$

9. เนื่องจากคำตอบของสมการกำลังสอง

$$x^2 - 8x + 2k = 0 \text{ มี } 1 \text{ คำตอบ}$$

$$\text{จะได้ว่า } 2k = (-4)^2 \text{ นั่นคือ } k = 8$$

เนื่องจากคำตอบของสมการกำลังสอง

$$2x^2 - 10x + 3 = 0 \text{ คือ } x = \frac{5 \pm \sqrt{19}}{2}$$

$$\text{นั่นคือ } A = 5 \text{ และ } B = 19$$

$$\text{ดังนั้น } B - A = 19 - 5 = 14$$

10. ① ถ้าแทนค่า $x = 2$ และ $y = 0$ ลงในสมการ
 $3x + ay = b$

$$\text{จะได้ว่า } 6 + 0 = b \text{ ดังนั้น } b = 6$$

② ถ้า $a = -2$ และ $b = 2$

$$\text{จะได้ว่า } x + 2y = 2 \text{ (1)}$$

$$3x - 2y = 2 \text{ (2)}$$

$$\text{ถ้า (1) + (2) จะได้ } 4x = 4$$

$$\text{นั่นคือ } x = 1$$

$$\text{ถ้าแทน } x = 1 \text{ ลงใน } x + 2y = 2$$

$$\text{จะได้ว่า } y = \frac{1}{2}$$

③ จาก $x + 2y = 2$ (1)

$$3x + ay = b \text{ (2)}$$

$$\text{ถ้า (1) } \times 2 \text{ จะได้ } 3x + 6y = 6 \text{ (3)}$$

ถ้า $a \neq 6$ เมื่อนำ (3) - (2) จะได้ว่า

ค่าของ y มีเพียง 1 คำตอบ

ดังนั้น คำตอบของสมการมี 1 คำตอบ

④ จาก $x + 2y = 2$ (1)

$$3x + ay = b \text{ (2)}$$

$$\text{ถ้า (1) } \times 2 \text{ จะได้ } 3x + 6y = 6 \text{ (3)}$$

เมื่อ $a = 6$ จะได้ว่า

ถ้า $b = 6$ คำตอบของสมการมีมากมาย

นับไม่ถ้วน

ถ้า $b \neq 6$ จะไม่มีคำตอบของสมการ

⑤ ถ้า $a = 6$ และ $b = 6$ คำตอบของสมการ

มีมากมายนับไม่ถ้วน

ดังนั้น ข้อที่ไม่ถูกต้องคือ ข้อ ④

11. เนื่องจาก $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (มุม มุม มุม)

$$\text{จะได้ } AB : ED = BC : DC$$

$$8 : ED = BC : 32$$

$$\text{นั่นคือ } ED \times BC = 8 \times 32 = 256$$

ดังนั้น พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม BCE เท่ากับ

$$\frac{1}{2} \times ED \times BC = \frac{1}{2} \times 256$$

$$= 128 \text{ ตารางหน่วย}$$

12. ให้ราคาหน้ากากอนามัย 1 ห่อ เป็น x บาท

จะได้ว่า ราคาของเจลล้างมือ 1 ขวด เป็น

$x + 60$ บาท และราคาของเทอร์โมมิเตอร์

1 อัน เป็น $x + 60 + 120 = x + 180$ บาท

นั่นคือ

$$3(x + 180) + 5(x + 60) + 10x = 1,920$$

$$3x + 540 + 5x + 300 + 10x = 1,920$$

$$18x + 840 = 1,920$$

$$18x = 1,080$$

$$x = 60$$

ดังนั้น หน้ากากอนามัย 1 ห่อ ราคา 60 บาท

เจลล้างมือ 1 ขวด ราคา 120 บาท

และ เทอร์โมมิเตอร์ 1 อัน ราคา 240 บาท

ดังนั้น แอนนาต้องจ่ายเงิน

$$240 + 120 + 60 = 420 \text{ บาท}$$

13. พิจารณาตัวเศษของเศษส่วนพหุนาม จะได้ว่า

$$x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y)$$

$$= x^2(y - z) + y^2z - y^2x + z^2x - z^2y$$

$$= x^2(y - z) - x(y^2 - z^2) + yz(y - z)$$

$$= x^2(y - z) - x(y - z)(y + z) + yz(y - z)$$

$$= (y - z)\{x^2 - x(y + z) + yz\}$$

$$= (y - z)(x^2 - xy - xz + yz)$$

$$= (y - z)\{x(x - y) - z(x - y)\}$$

$$= (y - z)(x - y)(x - z)$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y)}{(x - y)(y - z)(z - x)}$$

$$= \frac{(y - z)(x - y)(x - z)}{(x - y)(y - z)(z - x)}$$

$$= \frac{-(x - y)(y - z)(z - x)}{(x - y)(y - z)(z - x)}$$

$$= -1$$

14. เนื่องจาก คำตอบของสมการกำลังสอง

$$x^2 - 2ax + b = 0 \text{ มี 1 คำตอบ}$$

$$\text{นั่นคือ } b = a^2$$

$$\text{ถ้า } a = 1 \text{ จะได้ } b = 1$$

$$\text{ถ้า } a = 2 \text{ จะได้ } b = 4$$

$$\text{ถ้า } a = 3 \text{ จะได้ } b = 9$$

$$\text{ถ้า } a = 4 \text{ จะได้ } b = 16$$

$$\text{ถ้า } a = 5 \text{ จะได้ } b = 25$$

ดังนั้น คำตอบของสมการกำลังสองมีเพียง

คำตอบเดียวมี 5 กรณี คือ (1, 1), (2, 4),

(3, 9), (4, 16), (5, 25)

15. ถ้าให้ความยาวหน้าฐานของพีระมิดเป็น x เมตร

จะได้ว่า พื้นที่หน้าฐานของพีระมิด

$$= x^2 \text{ ตารางเมตร}$$

เนื่องจาก พื้นที่หน้าข้างทั้งหมดของพีระมิด

$$= \left(\frac{1}{2} \times x \times 7 \right) \times 4$$

$$= 14x \text{ ตารางเมตร}$$

จะได้ว่า พื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิด

$$= x^2 + 14x$$

$$= 120 \text{ ตารางเมตร}$$

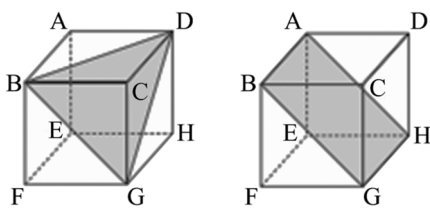
นั่นคือ $x^2 + 14x - 120 = 0$

$$(x - 6)(x + 20) = 0$$

$$x = 6 \text{ (เนื่องจาก } x > 0)$$

ดังนั้น ฐานของพีระมิดที่สร้างมีความยาวด้านละ 6 เมตร

16. รูปหน้าตัดที่เกิดจากการตัดผ่านจุดยอดมุม B, G, D เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ดังรูปด้านซ้าย รูปหน้าตัดที่เกิดจากการตัดผ่านจุดยอดมุม A, B, G, H เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังรูปด้านขวา



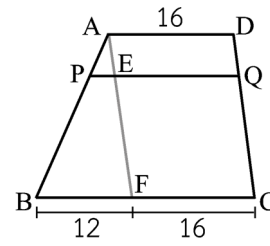
เนื่องจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้าน 1 หน่วย มีความยาวเส้นทแยงมุมคือ $\sqrt{2}$ หน่วย

ดังนั้น ผลบวกความยาวรอบรูปของหน้าตัด

ทั้งสองเท่ากับ

$$3\sqrt{2} + (2 + 2\sqrt{2}) = 2 + 5\sqrt{2} \text{ หน่วย}$$

17. ถ้าลาก \overline{AF} ให้ขนานกับ \overline{DC} และให้จุด E เป็นจุดที่ตัดผ่าน \overline{PQ} ดังรูป



เนื่องจากรูปสี่เหลี่ยม AFCD เป็นรูปสี่เหลี่ยม

ด้านขนาน จะได้ว่า $FC = 16$ หน่วย และ

$$BF = 28 - 16 = 12 \text{ หน่วย}$$

จาก $\triangle ABF \sim \triangle APE$ (มุม มุม มุม)

และจาก $AP : AB = 1 : 4$

จาก $AE : EF = DQ : DC = 1 : 4$

จะได้ว่า $\overline{PE} \parallel \overline{BF}$ และ $PE : BF = 1 : 4$

นั่นคือ $PE : 12 = 1 : 4$ จะได้ว่า $PE = 3$ หน่วย

ดังนั้น $PQ = PE + EQ = 3 + 16 = 19$ หน่วย

18. เนื่องจาก $\triangle DBE \equiv \triangle DFE$,
 $\hat{D}EB = \hat{D}EF = 90^\circ$ และ $BE = EF$
 จาก $EF : FC = 1 : 4$
 จะได้ว่า $BE : EF : FC = 1 : 1 : 4$
 เนื่องจาก BC ยาว 12 เซนติเมตร
 จะได้ว่า $BE = EF = \frac{1}{6} \times 12 = 2$ เซนติเมตร
 พิจารณา $\triangle ABC$ กับ $\triangle EFD$
 เนื่องจาก $\hat{B}AC = \hat{D}EF = 90^\circ$
 และ $\hat{A}BC = \hat{E}FD$
 จะได้ว่า $\triangle ABC \sim \triangle EFD$ (มุม มุม มุม)
 นั่นคือ $\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FD}$
 $\frac{9}{2} = \frac{12}{FD}$
 จะได้ว่า $FD = \frac{8}{3}$ เซนติเมตร
 ดังนั้น $a + b = 8 + 3 = 11$

19. เมื่อเลื่อนพื้นที่ ② กับ ③ ไปแทนพื้นที่ ①
 ดังรูป

พบว่า พื้นที่ของส่วนที่แรเงา = พื้นที่ของ $\square ABCD$
 เนื่องจาก $AC = 8$ หน่วย และจุดตัดแกน Y ของ
 กราฟพาราโบลา คือ $A(0, 18)$ และ $B(0, 6)$
 จะได้ว่า $AB = 18 - 6 = 12$ หน่วย
 ดังนั้น พื้นที่ของส่วนที่แรเงาเท่ากับ
 $8 \times 12 = 96$ ตารางหน่วย

20. ถ้าให้จำนวนของคุกกี้ที่บรรจุด้วยเครื่องบรรจุ
 คุกกี้ A และเครื่องบรรจุคุกกี้ B ภายใน 1 นาที
 เป็น x ซอง และ y ซอง ตามลำดับ
 จาก $(3x + 2y) \times 4 = 100$
 และ $(4x + y) \times 5 = 100$
 จะได้ว่า $3x + 2y = 25$ และ $4x + y = 20$
 ดังนั้น $x = 3$ และ $y = 8$
 ถ้าให้เวลาที่เครื่องบรรจุคุกกี้ A จำนวน 2 เครื่อง
 และเครื่องบรรจุคุกกี้ B จำนวน 3 เครื่อง ใช้ใน
 การบรรจุคุกกี้ 100 ซอง เป็น a นาที จะได้ว่า
 $(2 \times 3 + 3 \times 8) \times a = 100 \therefore a = \frac{10}{3}$
 ดังนั้น เวลาที่ใช้คือ $\frac{10}{3} \times 60 = 200$ วินาที

21.

เส้นทางที่ผึ้งเคลื่อนที่จากตำแหน่ง X ไปยัง
 ตำแหน่งที่นางพญาผึ้งอยู่ (ตำแหน่ง J) มี
 4 เส้นทาง คือ $X \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow G \rightarrow J$
 $X \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow G \rightarrow J$
 $X \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow J$
 $X \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow H \rightarrow J$
 เส้นทางที่ผึ้งเคลื่อนที่จากตำแหน่งที่นางพญาผึ้ง
 อยู่ (ตำแหน่ง J) ไปยังตำแหน่ง Y มี 3 เส้นทาง
 คือ $J \rightarrow L \rightarrow O \rightarrow Y$
 $J \rightarrow M \rightarrow O \rightarrow Y$
 $J \rightarrow M \rightarrow P \rightarrow Y$
 ดังนั้น ผึ้งตัวนี้สามารถเคลื่อนที่ได้ทั้งหมด
 $4 \times 3 = 12$ วิธี

22. เนื่องจาก

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 10x + 8a + 2b \\ &= (x^2 - 10x + 25) - 25 + 8a + 2b \\ &= (x - 5)^2 + 8a + 2b - 25 \end{aligned}$$

จะได้ว่า พิกัดจุดยอดของกราฟคือ

$$(5, 8a + 2b - 25)$$

เนื่องจากจุดยอดอยู่บนจุดภาคที่ 4 จะได้ว่า

$$8a + 2b - 25 < 0$$

$$\text{นั่นคือ } 8a + 2b < 25$$

ดังนั้น คู่อันดับ (a, b) ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขมี

10 คู่อันดับ คือ $(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4)$

23. ฐานนิยมของข้อมูล A คือ 28 จะได้ว่า

มัธยฐานของข้อมูล B เป็น 28 ด้วย

จากจำนวนของข้อมูล B มี 10 จำนวน

จะได้ว่า มัธยฐานของข้อมูล B เป็นค่าเฉลี่ยของจำนวนในลำดับที่ 5 และ 6 เมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก

$$\text{นั่นคือ } \frac{(20 + 30) + (c + c)}{2} = 28$$

$$\text{จะได้ว่า } c + c = 6 \text{ ดังนั้น } c = 3$$

เนื่องจากจำนวนของข้อมูล A มี 15 จำนวน

จะได้ว่า มัธยฐานคือ 30 ซึ่งเป็นจำนวนในลำดับที่ 8 เมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก

นั่นคือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูล B เท่ากับ 30

จะได้ว่า ผลบวกของข้อมูล B ทั้งหมด เท่ากับ 300

$$\{10 + (20 \times 4) + (30 \times 3) + (40 \times 2)\} + (3a + 2b + 12) = 300$$

$$3a + 2b + 12 = 40$$

$$3a + 2b = 28$$

$$\text{ดังนั้น } 3a + 2b - c = 28 - 3 = 25$$

24. ปริมาตรของน้ำที่เติมจนเต็มถ้วยกรวยคือ

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 12 = 144\pi \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

และปริมาตรของน้ำที่เติมตรงส่วนล่าง ณ จุดกึ่งกลาง

$$\text{คือ } \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6 = 18\pi \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

จะได้ว่า ปริมาตรของน้ำที่เติมตรงส่วนบน ณ จุดกึ่งกลางคือ

$$144\pi - 18\pi = 126\pi \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

ดังนั้น น้ำที่เติมถ้วยกรวยจะไหลออกจนหมดในเวลา

$$\{126\pi \div (2\pi \times 4 + 4\pi)\} + (18\pi \div 4\pi)$$

$$= \frac{21}{2} + \frac{9}{2} = 15 \text{ นาที}$$

25. ถ้าเชื่อมต่อตัวต้านทานสองตัว R_1 และ R_2 แบบ

อนุกรม ความต้านทานรวมจะเป็น 9 โอห์ม

$$\text{จะได้ว่า } R_1 + R_2 = 9 \text{ (1)}$$

ถ้าเชื่อมต่อตัวต้านทานสองตัว R_1 และ R_2 แบบ

ขนาน ความต้านทานรวมจะเป็น 2 โอห์ม

$$\text{จะได้ว่า } \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 2 \text{ (2)}$$

$$\text{จากสมการ (1) และ (2) จะได้ว่า } \frac{R_1 R_2}{9} = 2$$

$$\text{นั่นคือ } R_1 R_2 = 18 \text{ (3)}$$

$$\text{จากสมการ (1) เนื่องจาก } R_2 = 9 - R_1$$

ถ้าแทนลงในสมการ (3) จะได้ว่า

$$R_1(9 - R_1) = 18$$

$$(R_1)^2 - 9R_1 + 18 = 0$$

$$(R_1 - 3)(R_1 - 6) = 0$$

$$\therefore R_1 = 3 \text{ หรือ } R_1 = 6$$

$$\text{ดังนั้น เมื่อ } R_1 = 3 \text{ จะได้ } R_2 = 6$$

$$\text{หรือ เมื่อ } R_1 = 6 \text{ จะได้ } R_2 = 3$$

$$\text{นั่นคือ } |R_1 - R_2| = 3$$

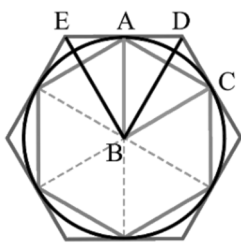
26. จาก $(2x + y)^2 - 2(2x + y) - 35$
 ถ้าให้ $2x + y = A$ จะได้ว่า
 $A^2 - 2A - 35 = (A + 5)(A - 7)$
 $= (2x + y + 5)(2x + y - 7)$

เนื่องจากคำตอบของสมการเป็นจำนวนเฉพาะ
 จะได้ว่า

$2x + y + 5 = 1$ หรือ $2x + y - 7 = 1$
 $2x + y = -4$ $2x + y = 8$

จาก x และ y เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่าหรือ
 เท่ากับศูนย์ ฉะนั้น $2x + y = 8$
 ดังนั้น คู่อันดับของ (x, y) ที่สอดคล้องกับ
 เงื่อนไขมี 5 จำนวน ได้แก่ $(0, 8), (1, 6), (2, 4),$
 $(3, 2), (4, 0)$

27. ถ้าหมุนภาพขณะปริซึมหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
 ที่อยู่ด้านโนไป 30° จะได้ดังรูป

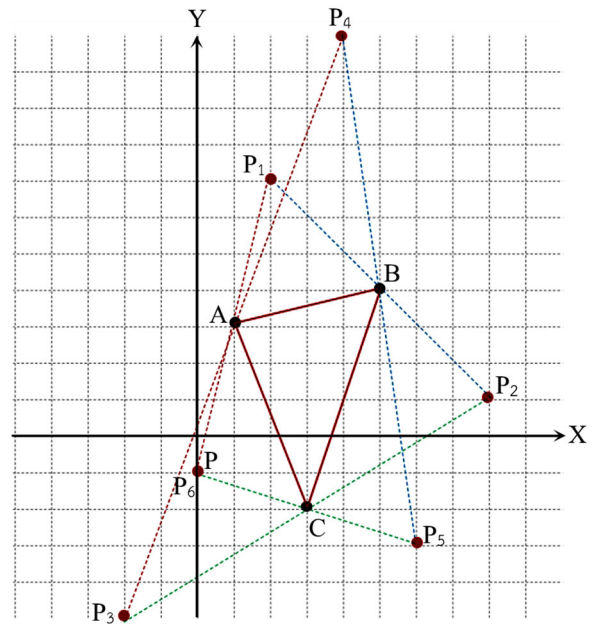


เนื่องจาก $\triangle ABC$ กับ $\triangle EBD$ เป็น
 รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ถ้าให้ BD ยาว 2 หน่วย
 จะได้ว่า AD ยาว 1 หน่วย
 จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า AB ยาว
 $\sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$ หน่วย
 เนื่องจาก $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ (มุม มุม มุม)
 จะได้ อัตราส่วนของความยาวด้านคู่สมนัยกัน
 ของ $\triangle ABC$ ต่อ $\triangle EBD$ เป็น $\sqrt{3} : 2$

นั่นคือ อัตราส่วนของพื้นที่ของ $\triangle ABC$ ต่อ $\triangle EBD$
 คือ $\sqrt{3}^2 : 2^2 = 3 : 4$

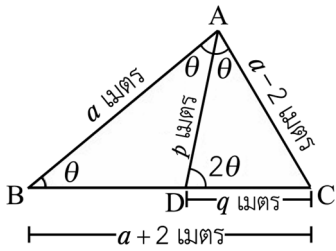
ฉะนั้น อัตราส่วนของพื้นที่ที่หน้าฐานของภาพขณะ
 ปริซึมหกเหลี่ยมใบเล็กต่อพื้นที่ที่หน้าฐานของ
 ภาพขณะปริซึมหกเหลี่ยมใบใหญ่เท่ากับ $3 : 4$
 ดังนั้น พื้นที่ที่หน้าฐานของภาพขณะปริซึมหกเหลี่ยม
 ใบใหญ่เท่ากับ $45 \times \frac{4}{3} = 60$ ตารางเซนติเมตร

28. เมื่อแสดงจุดที่หุ่นยนต์เคลื่อนที่ไป จะได้ดังรูป



พบว่า หลังจากหุ่นยนต์ A เคลื่อนที่ไป 6 ครั้ง
 จะกลับมาที่จุด P ที่เป็นจุดเริ่มต้นอีกครั้ง
 เนื่องจาก 996 เป็นพหุคูณของ 6
 จะได้ว่า พิกัดของจุด P_{996} คือ $(0, -1)$
 นั่นคือ $a = 0$ และ $b = -1$
 ดังนั้น $a^2 + b^2 = 1$

29. ถ้าให้ตำแหน่งของสถานที่แต่ละแห่งเป็นจุด A, B, C ดังรูป



เนื่องจาก มุมที่ใหญ่ที่สุดของรูปสามเหลี่ยมเป็น 2 เท่าของมุมที่เล็กที่สุด

ถ้า $\angle ABC = \theta$ จะได้ว่า $\angle BAC = 2\theta$

ถ้าลากเส้นแบ่ง $\angle BAC$ ออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน ตัดกับด้าน BC ที่จุด D

จะได้ว่า $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (มุม มุม มุม)

นั่นคือ $\frac{BC}{AC} = \frac{AB}{DA}$

$$\frac{a+2}{a-2} = \frac{a}{DA}$$

$$DA = \frac{a(a-2)}{a+2}$$

และ $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{DC}$

$$\frac{a+2}{a-2} = \frac{a-2}{DC}$$

$$DC = \frac{(a-2)^2}{a+2}$$

เนื่องจาก $\angle ABD = \angle BAD$ จะได้ว่า $AD = BD$

จะได้ว่า $BD + DC = BC$

นั่นคือ $\frac{a(a-2)}{a+2} + \frac{(a-2)^2}{a+2} = a+2$

$$a^2 + 4a + 4 = a^2 - 2a + a^2 - 4a + 4$$

$$a^2 - 10a = 0$$

$$a(a - 10) = 0$$

$$a = 10 \text{ (เนื่องจาก } a > 2)$$

ดังนั้น ระยะทางจากสถานีตำรวจกับร้านหนังสือห่างกัน 12 เมตร

30. ในการขึ้นบันไดเมื่อขึ้นได้ที่ละหนึ่งขั้นหรือที่ละสองขั้น ถ้าแทนจำนวนวิธีการขึ้นบันได n ขั้นด้วย $f(n)$ จะได้

$$f(1) = 1 \rightarrow 1$$

$$f(2) = 2 \rightarrow 1 + 1, 2$$

$$f(3) = 3 \rightarrow 1 + 1 + 1, 1 + 2, 2 + 1$$

$$f(4) = 5 \rightarrow 1 + 1 + 1 + 1, 1 + 1 + 2,$$

$$1 + 2 + 1, 2 + 1 + 1, 2 + 2$$

$$f(5) = 8 \rightarrow \underline{1 + 1 + 1 + 1 + 1},$$

$$\underline{1 + 1 + 1 + 2}, \underline{1 + 1 + 2 + 1},$$

$$\underline{1 + 2 + 1 + 1}, \underline{1 + 2 + 2}$$

กรณีที่ขึ้น 1 ขั้นก่อน แล้วขึ้น 4 ขั้นที่เหลือ จำนวนวิธีจะเท่ากับ $f(4)$

$$\underline{2 + 1 + 1 + 1}, \underline{2 + 1 + 2},$$

$$\underline{2 + 2 + 1}$$

กรณีที่ขึ้น 2 ขั้นก่อน แล้วขึ้น 3 ขั้นที่เหลือ จำนวนวิธีจะเท่ากับ $f(3)$

นั่นคือ $f(5) = f(4) + f(3)$

จากวิธีการเดียวกันนี้ จะได้เป็น

$$f(n) = f(n-1) + f(n-2) \text{ โดย } (n \geq 3)$$

จะได้ว่า

$$f(6) = f(5) + f(4) = 8 + 5 = 13$$

$$f(7) = f(6) + f(5) = 13 + 8 = 21$$

$$f(8) = f(7) + f(6) = 21 + 13 = 34$$

$$f(9) = f(8) + f(7) = 34 + 21 = 55$$

$$f(10) = f(9) + f(8) = 55 + 34 = 89$$

$$f(11) = f(10) + f(9) = 89 + 55 = 144$$

ดังนั้น จอห์นจะมีวิธีการเดินขึ้นบันไดไปถึงชั้นบนสุดที่แตกต่างกันทั้งหมด 144 วิธี