TEDET
Thailand Educational Development and Evaluation Tests

The International Association for the Future STEM Workforce
สมาคมส่งเสริมพัฒนากำลังคนสะเต็มเพื่ออนาคต

โครงการประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ (TEDET)

เฉลยแบบทดสอบ ประจำปี 2566

วิชาคณิตศาสตร์ มัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	13	16	6
2	10	17	60
3	3	18	5
4	3	19	13
5	3	20	22
6	24	21	6
7	16	22	2
8	4	23	20
9	45	24	328
10	20	25	4
11	2	26	1
12	4	27	128
13	4	28	41
14	5	29	285
15	912	30	18

คำอธิบาย

1. $\sqrt{4}+\sqrt{16}+\sqrt[3]{1}+\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{64}$

   $=2+4+1+2+4$

   $=13$

2. ให้ a แทนจำนวนด้านของหน้าฐานของปริซึม

   จะได้ว่า จำนวนเส้นขอบ $=3a$ เส้น

   และ จำนวนจุดยอด $=2a$ จุด

   นั่นคือ $3a+2a=40$

   $5a=40$

   $a=8$

   จะได้ว่ารูปเรขาคณิตที่กำหนดให้เป็นปริซึมแปดเหลี่ยม

   ดังนั้น จำนวนหน้าของปริซึมแปดเหลี่ยม

   $=8+2$

   $=10$ หน้า

3. จากสมการ กราฟผ่านจุด $(0, n)$ และ $(-\frac{1}{m}, 0)$

   จากรูปได้ $n>0$ และ $-\frac{1}{m}>0$

   ดังนั้น $m<0$

4. A. $0.1\dot{2}$ เขียนในรูปของเศษส่วน ได้เป็น $\frac{11}{90}$

   B. $-\frac{50}{33}=-1.5151515151...$ เขียนในรูปของทศนิยม ได้เป็น $-1.\dot{5}\dot{1}$

   C. จาก $\frac{5}{333}=\frac{15}{999}$ เขียนในรูปของทศนิยม ได้เป็น $0.\dot{0}1\dot{5}$

   นั่นคือ เลขโดดหลังจุดทศนิยมตำแหน่งที่ 35 คือ 1

   ดังนั้น ข้อที่อธิบายได้ถูกต้องคือ C เท่านั้น

5. ยอดขายกับประเทศจีน คิดเป็น

   $100-(7.0+0.3+0.3+0.5+1.1+2.9+4.5+6.2)$

   $=77.2\%$ ของทั้งหมด

   เนื่องจากยอดรวมเป็น 8,500,000 ล้านวอน

   ดังนั้น ผลต่างระหว่างยอดขายกับประเทศจีนและประเทศสหรัฐอเมริกา เท่ากับ

   $8{,}500{,}000\times(0.772-0.062)=6{,}035{,}000$ ล้านวอน

6. จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

   พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก PAD

   จะได้ว่า $a^2=10^2-8^2=36$

   พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก PAB

   จะได้ว่า $b^2=a^2+2^2=36+4=40$

   พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก PAC

   จะได้ว่า $c^2=a^2+4^2=36+16=52$

   ดังนั้น $a^2+b^2-c^2=36+40-52=24$

7. เนื่องจากจำนวนประชากรของประเทศ A คือ

$2 \times 10^6 = 2$ ล้านคน

และมี GDP $= 3 \times 10^{11} = 300 \times 10^9$

$= 300$ พันล้านดอลลาร์

ถ้าให้มูลค่าของเหรียญโดยประมาณของประเทศ A

เป็น S_A จะได้ $S_A{}^3 = 0.125^3 \times 2 \times 300^2$

เนื่องจากจำนวนประชากรของประเทศ B คือ

$1.28 \times 10^8 = 128 \times 10^6 = 128$ ล้านคน

และมี GDP $= 2.4 \times 10^{12} = 2{,}400 \times 10^9$

$= 2{,}400$ พันล้านดอลลาร์

ถ้าให้มูลค่าของเหรียญโดยประมาณของประเทศ B

เป็น S_B จะได้ $S_B{}^3 = 0.125^3 \times 128 \times 2{,}400^2$

นั่นคือ $\dfrac{S_B{}^3}{S_A{}^3} = \dfrac{0.125^3 \times 128 \times 2{,}400^2}{0.125^3 \times 2 \times 300^2}$

$= 64 \times 64$

$= 16^3$

$\therefore \dfrac{S_B}{S_A} = 16$

ดังนั้น มูลค่าของเหรียญโดยประมาณของประเทศ B เป็น 16 เท่าของมูลค่าของเหรียญโดยประมาณของประเทศ A

8. ความยาวของลู่วิ่ง A หนึ่งรอบเท่ากับ

$2a + 2\pi r$ เมตร

ความยาวของลู่วิ่ง B หนึ่งรอบเท่ากับ

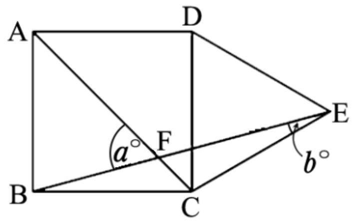
$2a + 2\pi(r+b)$ เมตร

จะได้ว่า ลู่วิ่ง B ยาวกว่าลู่วิ่ง A อยู่

$2a + 2\pi(r+b) - (2a + 2\pi r) = 2\pi b$ เมตร

ดังนั้น เมื่อวิ่ง 5 รอบ ระยะทางที่รอนวิ่งมากกว่าแฮรี่ คือ $5 \times 2\pi b = 10\pi b$ เมตร

9.



เนื่องจาก รูปสามเหลี่ยม BCE เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และมุม BCE $= 90 + 60 = 150°$

จะได้ว่า $b = (180 - 150) \div 2 = 15$

เนื่องจาก รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะได้ว่า มุม BAC = มุม BCA

$= (180 - 90) \div 2$

$= 45°$

พิจารณารูปสามเหลี่ยม BCF

เนื่องจาก มุม BFC $= 180 - 15 - 45 = 120°$

จะได้ว่า $a = 180 - 120 = 60$

ดังนั้น $a - b = 60 - 15 = 45$

10. $x^3 + ax^2 + bx - 20$

$= (x^2 - 4x + 3)(x - 2) + 15x - 14$

$= (x^3 - 4x^2 + 3x - 2x^2 + 8x - 6) + 15x - 14$

$= (x^3 - 6x^2 + 11x - 6) + 15x - 14$

$= x^3 - 6x^2 + 26x - 20$

นั่นคือ $a = -6$ และ $b = 26$

ดังนั้น $a + b = 20$

11. A : จำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง -3 กับ 3 มี 5 จำนวน คือ $-2, -1, 0, 1, 2$

B : เนื่องจาก $\sqrt{64} = 8$

ดังนั้น รากที่สามของ $\sqrt{64}$ คือ 2

C : เนื่องจาก $\sqrt{1.44} = 1.2$ และ

$\sqrt{36} - 2 = 6 - 2 = 4$ ซึ่งเป็นจำนวนตรรกยะ

แต่ $\sqrt[3]{0.00\dot{1}} = \sqrt[3]{\frac{1}{900}}$ ไม่ใช่จำนวนตรรกยะ

D : เนื่องจาก $\sqrt{3} = 1.732...$ ไม่มีจำนวนเต็มระหว่าง $\sqrt{3}$ กับ 2

E : เนื่องจาก $0.\dot{4} = \frac{4}{9}$

นั่นคือ รากที่สองที่เป็นบวกของ $0.\dot{4}$ คือ $\frac{2}{3} = 0.\dot{6}$

ดังนั้น มีนักเรียนที่กล่าวถูกต้องทั้งหมด 2 คน คือ B และ E

12. เนื่องจาก $\frac{13}{7} = 1.857142857142...$ มีเลขโดดหลังจุดทศนิยม 6 ตัว ที่วนซ้ำคือ 857142

$a.$ $A(18) = A(12) = A(6) = 2$

$b.$ จากเลขโดดหลังจุดทศนิยม 6 ตัว ที่วนซ้ำ จะได้ว่า $A(n) = A(n+6)$

$c.$ เนื่องจาก 857142 เป็นเลขโดดที่วนซ้ำ จึงไม่มีจำนวนนับ n ที่ $A(n) = 3$

$d.$ $A(n) + A(n+1) + A(n+2) + A(n+3) + A(n+4) + A(n+5)$ เท่ากับผลบวกของเลขโดด 6 ตัว ที่วนซ้ำ

นั่นคือ $8 + 5 + 7 + 1 + 4 + 2 = 27$

ดังนั้น ข้อที่ถูกต้องคือ a, c และ d

13. • ดอกเบี้ยที่ได้รับหลังจากปิดบัญชี A

ดอกเบี้ยในปีที่ 1 คือ $50{,}000 \times 0.016 = 800$ บาท

ดอกเบี้ยในปีที่ 2 คือ

$(50{,}000 + 800) \times 0.015 = 50{,}800 \times 0.015$

$= 762$ บาท

ดังนั้น ดอกเบี้ยทั้งหมดที่ได้รับหลังปิดบัญชี A คือ $800 + 762 = 1{,}562$ บาท

• ดอกเบี้ยที่ได้รับหลังจากปิดบัญชี B

ดอกเบี้ยในปีที่ 1 คือ $50{,}000 \times 0.016 = 800$ บาท

ดอกเบี้ยในปีที่ 2 คือ $50{,}000 \times 0.016 = 800$ บาท

ดังนั้น ดอกเบี้ยทั้งหมดที่ได้รับหลังปิดบัญชี B คือ $800 + 800 = 1{,}600$ บาท

ดังนั้น บัญชี B มียอดเงินรวมมากกว่าบัญชี A อยู่ $1{,}600 - 1{,}562 = 38$ บาท

14. เนื่องจาก จำนวนสมาชิกที่โยนลูกบาสเกตบอลลงห่วงเก็บแต้ม 3 คะแนน ได้น้อยกว่า 28 ครั้ง มีจำนวน $60 \times 0.3 = 18$ คน

จะได้ว่า $C = 18 - 14 = 4$ คน

และจาก จำนวนสมาชิกที่โยนลูกบาสเกตบอลลงห่วงเก็บแต้ม 3 คะแนน ได้มากกว่าหรือเท่ากับ 20 ครั้ง แต่น้อยกว่า 32 ครั้ง มีจำนวน $4 + 14 + 12 = 30$ คน

จะได้ว่า $A = 30 - 11 = 19$ คน

$B = 60 - (11 + 19 + 22) = 8$ คน

และ $D = 60 - (4 + 14 + 12 + 16 + 11) = 3$

ดังนั้น สมาชิกที่โยนลูกบาสเกตบอลลงห่วงเก็บแต้ม 3 คะแนน ได้มากกว่าหรือเท่ากับ 38 ครั้ง แต่น้อยกว่า 40 ครั้ง มี $B - D = 8 - 3 = 5$ คน

15. • กรณีคะแนนที่ได้จากกรรมการคนที่ 2 เป็นคะแนนต่ำสุด

จะได้คะแนนสุดท้ายของซูซานคือ

$8.32 + 7.98 + 8.54 + 8.89 = 33.73$

ซึ่งไม่เท่ากับ 34.87 กรณีนี้จึงเป็นไปไม่ได้

• กรณีคะแนนที่ได้จากกรรมการคนที่ 2 เป็นคะแนนสูงสุด

จะได้คะแนนสุดท้ายของซูซานคือ

$8.32 + 8.54 + 9.20 + 8.89 = 34.95$

ซึ่งไม่เท่ากับ 34.87 กรณีนี้จึงเป็นไปไม่ได้

• กรณีคะแนนที่ได้จากกรรมการคนที่ 2 ไม่ใช่คะแนนสูงสุดและต่ำสุด

เนื่องจาก คะแนนที่ได้รับจากกรรมการคนที่ 3 เป็นคะแนนต่ำสุด คือ 7.98 คะแนน และคะแนนที่ได้รับจากกรรมการคนที่ 5 เป็นคะแนนสูงสุด คือ 9.20 คะแนน

จะได้ว่า คะแนนสุดท้ายของซูซานได้จาก

$8.32 + \mathrm{A} + 8.54 + 8.89 = 34.87$

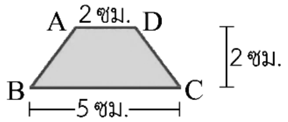
นั่นคือ $\mathrm{A} = 34.87 - (8.32 + 8.54 + 8.89)$

$= 34.87 - 25.75$

$= 9.12$ คะแนน

ดังนั้น $100 \times \mathrm{A} = 100 \times 9.12 = 912$

16.



เนื่องจากฐานของปริซึมเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

จะได้ว่า $\mathrm{AB} = \mathrm{DC} = \sqrt{1.5^2 + 2^2} = \sqrt{2.25 + 4}$

$= \sqrt{6.25} = 2.5$ เซนติเมตร

ถ้าแทนความสูงของปริซึมด้วย h เซนติเมตร จะได้

พื้นที่ฐาน $= \frac{1}{2} \times (2 + 5) \times 2 = 7$ ตารางเซนติเมตร

พื้นที่ผิวหน้าข้าง $= (2.5 + 5 + 2.5 + 2) \times h$

$= 12h$ ตารางเซนติเมตร

เนื่องจาก พื้นที่ผิวเท่ากับ 86 ตารางเซนติเมตร

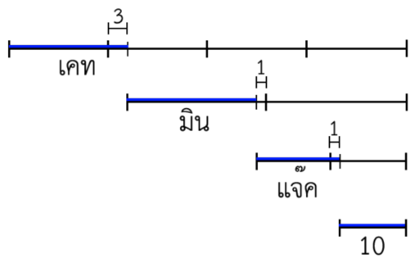
จะได้ว่า $(7 \times 2) + 12h = 86$

$12h = 72$

$h = 6$

ดังนั้น ปริซึมสี่เหลี่ยมนี้มีความสูง 6 เซนติเมตร

17. เมื่อสร้างเส้นแสดงจำนวนลูกแก้วที่แบ่ง จะได้ดังนี้



จะได้ว่า จำนวนลูกแก้วที่แจ๊คได้คือ

$(10 + 1) + 1 = 12$ ลูก

จำนวนลูกแก้วที่มินได้คือ

$[(10 + 12) - 1] - 1 = 20$ ลูก

จำนวนลูกแก้วที่เคทได้คือ

$[(10 + 12 + 20) + 3] \div 3 + 3 = 18$ ลูก

ดังนั้น จำนวนลูกแก้วทั้งหมดคือ

$10 + 12 + 20 + 18 = 60$ ลูก

18. เมื่อจำนวนของเซลล์หลังจาก n วัน เป็น a_n

จะได้ว่า $a_{n+1} = a_n \times \left(1 - \frac{50}{100}\right) \times 3 = \frac{3}{2} a_n$

นั่นคือ $a_2 = \frac{3}{2} a_1$

$a_3 = \frac{3}{2} a_2 = \frac{3}{2}\left(\frac{3}{2} a_1\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 a_1$

$a_4 = \frac{3}{2} a_3 = \frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}\right)^2 a_1 = \left(\frac{3}{2}\right)^3 a_1$

$\vdots$

จาก $a_1 = 2{,}560 \times \left(1 - \frac{50}{100}\right) \times 3 = 2^8 \times 3 \times 5$

จะได้ว่า $a_7 = \left(\frac{3}{2}\right)^6$

$a_1 = \left(\frac{3}{2}\right)^6 \times 2^8 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^7 \times 5$

นั่นคือ $x = 2$ และ $y = 7$ ดังนั้น $y - x = 5$

19. จาก $\sqrt{\frac{2^{a+1} \times 5^b}{4}} = \sqrt{2^{a-1} \times 5^b}$ เป็นจำนวนนับ

จะได้ว่า $a - 1$ ต้องเป็นจำนวนคู่ และ b ต้องเป็นจำนวนคู่

นั่นคือ a เป็นจำนวนคี่ และ b เป็นจำนวนคู่

ฉะนั้น $a = 3, 5, 7, \ldots$ และ $b = 2, 4, 6, \ldots$

จาก $\sqrt[3]{\frac{5^b}{2^{a-1}}}$ เป็นจำนวนตรรกยะ

จะได้ว่า $a - 1$ จะต้องเป็นพหุคูณของ 3 และ b จะต้องเป็นพหุคูณของ 3 ด้วย

นั่นคือ a อยู่ในรูป $3k + 1$ โดยที่ k เป็นจำนวนนับ และ b เป็นพหุคูณของ 3

ฉะนั้น $a = 4, 7, 10, \ldots$ และ $b = 3, 6, 9, \ldots$

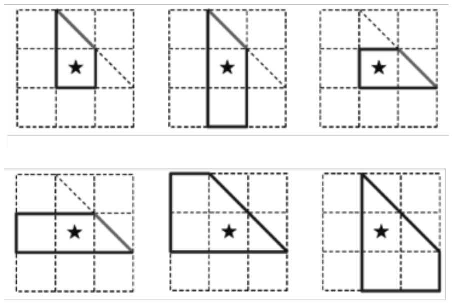
จะได้ว่า ค่าที่น้อยที่สุดของ a คือ 7 และค่าที่น้อยที่สุดของ b คือ 6

ดังนั้น ค่าที่น้อยที่สุดของ $a + b$ คือ $7 + 6 = 13$

20. • กรณีที่ไม่มีด้านเป็นเส้นทแยงมุม มี 16 รูป ดังนี้

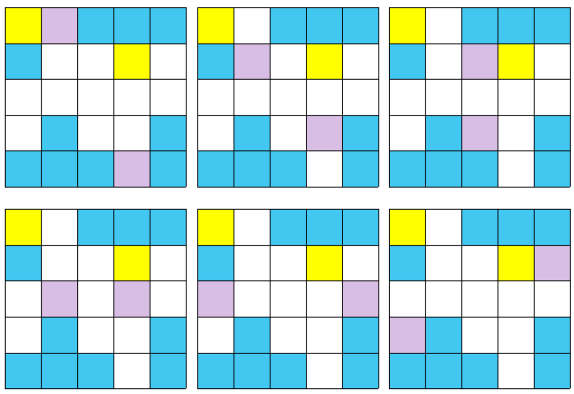
1 ช่อง	2 ช่อง	3 ช่อง	4 ช่อง	5 ช่อง	6 ช่อง	7 ช่อง	8 ช่อง	9 ช่อง
1	4	2	4	0	4	0	0	1

• กรณีที่มีด้านเป็นเส้นทแยงมุม มี 6 รูป ดังนี้



ดังนั้น จำนวนของรูปสี่เหลี่ยมขนาดต่าง ๆ ที่มี ★ อยู่ด้วย มีทั้งหมด $16 + 6 = 22$ รูป

21. ถ้าแรเงาเพิ่มอีก 4 ช่อง เพื่อทำให้รูปที่หมุนไป 180° เหมือนรูปเดิมที่แรเงาเพิ่ม จะสามารถแรเงาได้ 6 แบบ ดังนี้



22. เนื่องจาก $<x> = x^{A}$ และ $\| x \| = x^{B}$

จะได้ว่า $\| <x> \| = \| x^{A} \| = (x^{A})^{B} = x^{A \times B} = x^{12}$

นั่นคือ $A \times B = 12$

จาก $<x> \times \| x \| = x^{A} \times x^{B} = x^{A+B} = x^{7}$

จะได้ว่า $A + B = 7$

จาก $<x> \div \| x \| = x^{A} \div x^{B} = x^{A-B} = x$

จะได้ว่า $A - B = 1$

เนื่องจากจำนวนนับสองจำนวนที่มีผลบวกเท่ากับ 7 และมีผลคูณเท่ากับ 12 คือ 3 กับ 4

และจาก $A - B = 1$

จึงได้ว่า $A = 4$ และ $B = 3$

นั่นคือ $<x> = x^{4}$ และ $\| x \| = x^{3}$

ดังนั้น $\| 6xy^{2} \| \times < x^{2} \| y \| > \div \| -3xy \|$

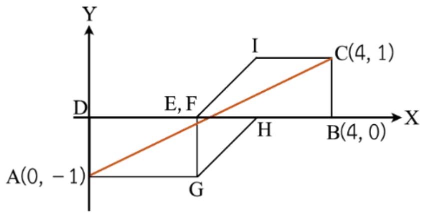
$= (6xy^{2})^{3} \times < x^{2} \times y^{3} > \div (-3xy)^{3}$

$= (6xy^{2})^{3} \times (x^{2}y^{3})^{4} \div (-3xy)^{3}$

$= 216x^{3}y^{6} \times x^{8}y^{12} \div (-27x^{3}y^{3})$

$= -8x^{8}y^{15}$

23. จากรูปที่ 3 ถ้าให้จุด D เป็นจุดกำเนิดบนระบบพิกัดฉาก จะได้ว่า พิกัดของจุด A เป็น (0, −1) พิกัดของจุด B จะลดลง 1 หน่วย ตรงส่วนที่ความยาวด้านกว้างถูกพับ จึงได้เป็น (4, 0) และพิกัดของจุด C เป็น (4, 1)



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$AC^{2} = (4-0)^{2} + (1+1)^{2} = 20$

24. พื้นที่หนึ่งหน้าของลูกบาศก์ไม้หนึ่งลูกเท่ากับ $2 \times 2 = 4$ ตารางเซนติเมตร

เมื่อหาจำนวนของลูกบาศก์ไม้ที่ต้องวางในแต่ละตำแหน่งของรูปที่มองจากด้านบน จำนวนของลูกบาศก์ไม้ที่ต้องใช้ในแต่ละตำแหน่ง ดังรูป

	2	
3		3

(i) เมื่อใช้ลูกบาศก์ไม้มากที่สุด จะได้เป็น

2	2	2
3	2	3

นั่นคือ จำนวนหน้าของรูปเรขาคณิตสามมิติที่สร้างได้เท่ากับ $(6 \times 2) + (8 \times 2) + (5 \times 2) + 2$

$= 40$ หน้า

ดังนั้น พื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติที่สร้างได้กรณีใช้ลูกบาศก์ไม้มากที่สุดเท่ากับ

$40 \times 4 = 160$ ตารางเซนติเมตร

(ii) เมื่อใช้ลูกบาศก์ไม้น้อยที่สุด จะได้เป็น

1	2	1
3	1	3

นั่นคือ จำนวนหน้าของรูปเรขาคณิตสามมิติที่สร้างได้เท่ากับ $(6 \times 2) + (8 \times 2) + (5 \times 2) + 4$

$= 42$ หน้า

ดังนั้น พื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติที่สร้างได้กรณีใช้ลูกบาศก์ไม้น้อยที่สุดเท่ากับ

$42 \times 4 = 168$ ตารางเซนติเมตร

ดังนั้น ผลบวกของพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติที่สร้างได้กรณีใช้ลูกบาศก์ไม้มากที่สุดและกรณีที่ใช้ลูกบาศก์ไม้น้อยที่สุดเท่ากับ

$160 + 168 = 328$ ตารางเซนติเมตร

25. เนื่องจาก $OA_1 = \sqrt{2}$ หน่วย

จะได้ว่า พิกัดของจุด A_1 คือ (1, 1)

ดังนั้น $A_1A_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $A_2A_3 = \frac{\sqrt{2}}{4}$,

$A_3A_4 = \frac{\sqrt{2}}{8}$, ...

ให้พิกัดของจุด A_n คือ (x_n, y_n)

เนื่องจาก $y_2 = 1 + \frac{1}{2}$

$y_3 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

$\vdots$

จะได้ว่า $y_{10} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + ... + \frac{1}{2^9}$ —①

ถ้า ① x $\frac{1}{2}$ จะได้ว่า

$\frac{1}{2}y_{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + ... + \frac{1}{2^9} + \frac{1}{2^{10}}$ —②

ถ้า ① – ② จะได้เป็น $\frac{1}{2}y_{10} = 1 - \frac{1}{2^{10}}$

ดังนั้น $y_{10} = 2 - \frac{1}{2^9}$

26. เมื่อแสดงพิกัดบนกราฟ

ให้ พิกัดของสถานีตำรวจเป็น A(0, 2)

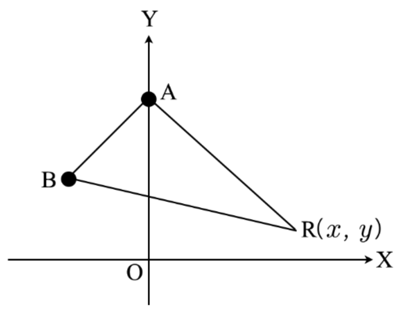
พิกัดของฉันเป็น B(−1, 1)

และ พิกัดของคนร้ายเป็น $R(x, y)$

จะได้ว่า $AR = \sqrt{x^2 + (y-2)^2}$

$BR = \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2}$

$AR + BR = \sqrt{x^2 + (y-2)^2} + \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2}$



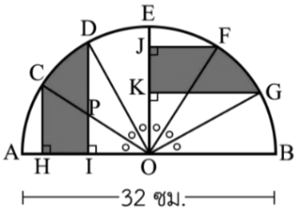
เนื่องจาก ค่าของ AR + BR น้อยที่สุดเมื่อจุด R อยู่บน $\overline{AB}$

ดังนั้น คนร้ายอยู่บนเส้นตรง AB

และจาก $AB = \sqrt{(-1-0)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{2}$

ดังนั้น ระยะทางที่คนร้ายอยู่ไกลจากสถานีตำรวจมากที่สุดคือ $\sqrt{2}$ หน่วย

27. ถ้าลาก $\overline{OC}$, $\overline{OD}$, $\overline{OF}$, $\overline{OG}$ ดังรูป



เนื่องจาก $\overparen{AC} = \overparen{CD} = \overparen{DE} = \overparen{EF} = \overparen{FG} = \overparen{GB}$

จะได้ว่า

$\hat{AOC} = \hat{COD} = \hat{DOE} = \hat{EOF} = \hat{FOG} = \hat{GOB}$

$= 180 \times \frac{1}{6} = 30°$

จาก $\triangle OCH$ และ $\triangle DOI$ จะได้ว่า $OC = OD$,

$\hat{COH} = \hat{ODI} = 30°$ และ $\hat{CHO} = \hat{OID} = 90°$

จึงได้ว่า $\triangle OCH \equiv \triangle DOI$ (เท่ากันทุกประการแบบมุม ด้าน มุม)

จากพื้นที่ของ $\square CHIP$

= พื้นที่ของ $\triangle OCH$ – พื้นที่ของ $\triangle OPI$

= พื้นที่ของ $\triangle DOI$ – พื้นที่ของ $\triangle OPI$

= พื้นที่ของ $\triangle POD$

ดังนั้น พื้นที่ของรูป CHID เท่ากับพื้นที่ของรูปพัด COD

ในทำนองเดียวกัน พื้นที่ของรูป FJKG เท่ากับพื้นที่ของรูปพัด FOG

โดยความสมมาตร พื้นที่ของรูป COD จึงเท่ากับพื้นที่ของรูปพัด FOG

ดังนั้น พื้นที่ส่วนที่แรเงา

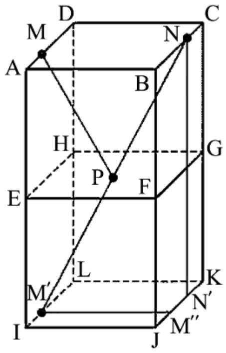
= พื้นที่ของรูปพัด COD $\times 2$

$= (\pi \times 16^2 \times \frac{30}{360}) \times 2$

$= \frac{128}{3}\pi$ ตารางเซนติเมตร

เนื่องจาก $k = \frac{128}{3}$ จะได้ว่า $3 \times k = 128$

28. ถ้านำลูกบาศก์มาวางด้านล่างอีกลูกหนึ่ง ดังรูป



ถ้าจุดสมมาตรเทียบกับระนาบ EFGH ของจุด M คือ M' จะได้ว่า $M'N = MP + PN$

ถ้าเส้นตั้งฉากที่ลากจากจุด M' มายัง $\overline{JK}$ คือ M'' และเส้นตั้งฉากที่ลากจากจุด N มายัง $\overline{JK}$ คือ N'

จาก $AM = 6$ หน่วย และ $NC = 6$ หน่วย

จะได้ว่า $JM'' = M''N' = N'K = 6$ หน่วย

$M'N' = \sqrt{(M'M'')^2 + (M''N')^2}$

$= \sqrt{18^2 + 6^2}$

$= \sqrt{360}$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก $NM'N'$

จะได้ว่า $M'N = \sqrt{(M'N')^2 + (NN')^2}$

$= \sqrt{(\sqrt{360})^2 + 36^2}$

$= \sqrt{1,656}$

นั่นคือ $a = \sqrt{1,656}$

เนื่องจาก $\sqrt{1,600} = 40$, $\sqrt{1,681} = 41$

และ $\sqrt{1,600} < \sqrt{1,656} < \sqrt{1,681}$

ดังนั้น จำนวนเต็มที่ใกล้เคียงกับ a มากที่สุดคือ 41

29. เนื่องจาก $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

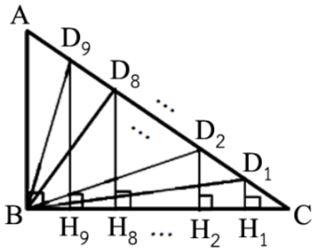
ถ้าให้ $AB = a$ หน่วย และ $BC = b$ หน่วย

จะได้ว่า $a^2 + b^2 = 1$

จากจุด $D_1, D_2, D_3, ..., D_9$

ถ้าลากเส้นตรงมาตั้งฉากกับ $\overline{BC}$ ที่จุด $H_1, H_2,$

$H_3, ..., H_9$ ตามลำดับ ดังรูป



เนื่องจาก $\triangle BD_nH_n$ โดยที่ n เป็นจำนวนนับหนึ่งหลัก เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$(BD_1)^2 = (D_1H_1)^2 + (BH_1)^2 = \left(\frac{1}{10}a\right)^2 + \left(\frac{9}{10}b\right)^2$$

$$(BD_2)^2 = (D_2H_2)^2 + (BH_2)^2 = \left(\frac{2}{10}a\right)^2 + \left(\frac{8}{10}b\right)^2$$

$$(BD_3)^2 = (D_3H_3)^2 + (BH_3)^2 = \left(\frac{3}{10}a\right)^2 + \left(\frac{7}{10}b\right)^2$$

$$\vdots$$

$$(BD_9)^2 = (D_9H_9)^2 + (BH_9)^2 = \left(\frac{9}{10}a\right)^2 + \left(\frac{1}{10}b\right)^2$$

จะได้ว่า

$$(BD_1)^2 + (BD_2)^2 + (BD_3)^2 + \cdots + (BD_9)^2$$

$$= \left(\frac{1}{10}a\right)^2 + \left(\frac{2}{10}a\right)^2 + \left(\frac{3}{10}a\right)^2 + \cdots + \left(\frac{9}{10}a\right)^2 + \left(\frac{1}{10}b\right)^2 + \left(\frac{2}{10}b\right)^2 + \left(\frac{3}{10}b\right)^2 + \cdots + \left(\frac{9}{10}b\right)^2$$

$$= \left[\left(\frac{1}{10}\right)^2 + \left(\frac{2}{10}\right)^2 + \left(\frac{3}{10}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{9}{10}\right)^2\right]a^2 + \left[\left(\frac{1}{10}\right)^2 + \left(\frac{2}{10}\right)^2 + \left(\frac{3}{10}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{9}{10}\right)^2\right]b^2$$

$$= \left[\left(\frac{1}{10}\right)^2 + \left(\frac{2}{10}\right)^2 + \left(\frac{3}{10}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{9}{10}\right)^2\right](a^2 + b^2)$$

$$= \left(\frac{1}{10}\right)^2 + \left(\frac{2}{10}\right)^2 + \left(\frac{3}{10}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{9}{10}\right)^2$$

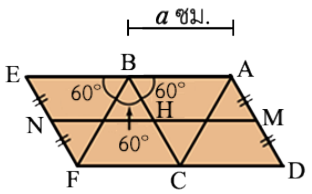
$$= \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 9^2}{100}$$

$$= \frac{285}{100}$$

นั่นคือ $k = \dfrac{285}{100}$

ดังนั้น $100 \times k = 100 \times \dfrac{285}{100} = 285$

30. ถ้าใช้ส่วนหนึ่งของรูปคลี่ของทรงแปดหน้าที่กำหนดให้แสดงระยะทางที่สั้นที่สุดที่ออกเดินทางจากจุด M ที่เป็นจุดกึ่งกลางของเส้นขอบ AD ไปตามหน้าของทรงแปดหน้าผ่านจุดที่อยู่บนเส้นขอบ AC, BC, BF ไปถึงจุด N ที่เป็นจุดกึ่งกลางของเส้นขอบ EF จะได้ดังรูป



จะได้ว่า ระยะทางที่สั้นที่สุดเท่ากับความยาวของ MN ซึ่งเท่ากับ $2a$ เซนติเมตร

เนื่องจาก จุด M และ N เป็นจุดกึ่งกลางของเส้นขอบ AD และ EF ตามลำดับ จะได้ว่า รูปสี่เหลี่ยม AENM เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

และจากระยะทางที่มดเคลื่อนที่ได้ในเวลา 45 วินาที เท่ากับ $2 \times 45 = 90$ เซนติเมตร ซึ่งเคลื่อนที่ไปกลับจนไปถึงบนเส้นขอบ BC เป็นครั้งที่สาม

ถ้าให้จุด H เป็นจุดกึ่งกลางของเส้นขอบ BC

จะได้ว่า $2\mathrm{MN} + \mathrm{MH} = 4a + a = 90$ เซนติเมตร

นั่นคือ $5a = 90$

ดังนั้น $a = 18$