เฉลยข้อสอบการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ประจำปี 2554 (TME) ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อ 1. ตอบ 7	ข้อ 2. ตอบ 107	ข้อ 3. ตอบ 17
ข้อ 4. ตอบ 2	ข้อ 5. ตอบ 0	ข้อ 6. ตอบ 3
ข้อ 7. ตอบ 48	ข้อ 8. ตอบ 8	ข้อ 9. ตอบ 34
ข้อ 10. ตอบ 120	ข้อ 11. ตอบ 0 หรือ 2	ข้อ 12. ตอบ 16
ข้อ 13. ตอบ 17	ข้อ 14. ตอบ 44	ข้อ 15. ตอบ 75
ข้อ 16. ตอบ 3	ข้อ 17. ตอบ 5	ข้อ 18. ตอบ 7
ข้อ 19. ตอบ 12	ข้อ 20. ตอบ 7	ข้อ 21. ตอบ 59
ข้อ 22. ตอบ 29	ข้อ 23. ตอบ 15	ข้อ 24. ตอบ 21
ข้อ 25. ตอบ 5	ข้อ 26. ตอบ 5	ข้อ 27. ตอบ 214
ข้อ 28. ตอบ 46	ข้อ 29. ตอบ 36	ข้อ 30. ตอบ 630

ข้อ 1. ตอบ 7

เนื่องจาก $52 = 2 \times 2 \times 13$

จำนวนนับใด ๆ เมื่อหารด้วย 2 จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนนับหรือเป็นทศนิยมซ้ำศูนย์

แต่จำนวนนับใด ๆ เมื่อหารด้วย 13 ถ้าหารไม่ลงตัว ผลลัพธ์จะเป็นทศนิยมซ้ำ

ดังนั้น จำนวนนับที่มีสองหลักที่หารด้วย 52 แล้วได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนนับ หรือเป็นทศนิยมซ้ำศูนย์ จำนวนนั้นจะต้องเป็นพหุคูณของ 13 ซึ่งได้แก่

13, 26, 39, 52, 65, 78, 91 ซึ่งมีทั้งหมด 7 จำนวน

ข้อ 2. ตอบ 107

$$\begin{array}{lrcll}
\text{ให้} & x & = & 1.3777... & \\
 & 100x & = & 137.777... & \text{-------- (1)} \\
 & 10x & = & 13.777... & \text{-------- (2)} \\
(1)-(2) & 90x & = & 124 & \\
 & x & = & \dfrac{124}{90} & \\
 & x & = & \dfrac{62}{45} &
\end{array}$$

จะได้ $m = 62,\ n = 45$

ดังนั้น $m+n=62+45=107$

ข้อ 3. ตอบ 17

$$(6ab^2+3a^2b+10ab)\times\frac{1}{2ab} \quad = \quad 3b+\frac{3}{2}a+5$$

แทน $a=-2, b=5$ ลงใน $3b+\frac{3}{2}a+5$

จะได้ $3(5)+\frac{3}{2}(-2)+5=15-3+5=17$

ข้อ 4. ตอบ 2

$4x-(x-5y)=2$ -------- (1)

$3(x-2y)-x+3y=14$ -------- (2)

จาก (1) $4x-(x-5y) \quad = \quad 2$

$3x+5y \quad = \quad 2$

$y \quad = \quad \frac{2-3x}{5}$ -------- (3)

จาก (2) $3(x-2y)-x+3y \quad = \quad 14$

$2x-3y \quad = \quad 14$

$y \quad = \quad \frac{2x-14}{3}$ -------- (4)

จาก (3) และ (4) จะได้ $\frac{2-3x}{5} \quad = \quad \frac{2x-14}{3}$

$6-9x \quad = \quad 10x-70$

$19x \quad = \quad 76$

$x \quad = \quad 4$

แทน $x=4$ ลงใน (4) จะได้ $y=\frac{2(4)-14}{3}=\frac{-6}{3}=-2$

จาก $x=a, y=b$ จะได้ $a=4, b=-2$

ดังนั้น $a+b=4+(-2)=2$

ข้อ 5. ตอบ 0

แทน $a=2b-3$ ลงใน $-3a+2b-5$

จะได้ $-3(2b-3)+2b-5=-6b+9+2b-5=-4b+4$

นั่นคือ $p=-4,\ q=4$

ดังนั้น $p+q=-4+4=0$

ข้อ 6. ตอบ 3

จาก $3x+2y=20$ เมื่อ x เป็นจำนวนนับ จะได้

x	1	2	3	4	5	6	7	...
y	$\frac{17}{2}$	7	$\frac{11}{2}$	4	$\frac{5}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	...

เนื่องจาก y เป็นจำนวนนับ

ดังนั้น คู่อันดับ $(x,\ y)$ ที่สอดคล้องกับสมการ $3x+2y=20$ ได้แก่

$(2,\ 7),(4,\ 4),(6,\ 1)$ ซึ่งมีทั้งหมด 3 คู่อันดับ

ข้อ 7. ตอบ 48

จากเส้นตรง $x+3y+12=0$ ตัดแกน x ที่จุด $(a,0)$

นั่นคือ เมื่อแทน $x=a$ และ $y=0$ ลงใน $x+3y+12=0$ จะทำให้สมการเป็นจริง

ซึ่งจะได้ $a+12=0$ หรือ $a=-12$

และจากเส้นตรง $x+3y+12=0$ ตัดแกน y ที่จุด $(0,b)$

นั่นคือ เมื่อแทน $x=0$ และ $y=b$ ลงใน $x+3y+12=0$ จะทำให้สมการเป็นจริง

ซึ่งจะได้ $3b+12=0$ หรือ $b=-4$

ดังนั้น $ab=(-12)(-4)=48$

ข้อ 8. ตอบ 8

$x-y+4=0$ -------- (1)

$2x+y-10=0$ -------- (2)

แทน $x=a$ และ $y=b$ ลงใน (1) และ (2)

จะได้ $a-b+4=0$ -------- (3)

$2a+b-10=0$ -------- (4)

จาก (3) $a-b+4 = 0$

$b = a+4$ -------- (5)

จาก (4) $2a+b-10 = 0$

$b = 10-2a$ -------- (6)

จาก (5) และ (6) จะได้ $a+4 = 10-2a$

$3a = 6$

$a = 2$

แทน $a=2$ ลงใน (5) จะได้ $b=2+4=6$

ดังนั้น $a+b=2+6=8$

ข้อ 9. ตอบ 34

(ก) เป็นจริง

(ข) ไม่จริง เช่น 2 เป็นพหุคูณของ 2 แต่ 2 ไม่เป็นพหุคูณของ 4

(ค) ไม่จริง เช่น เมื่อ $c=0$ นั่นคือ a ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ b

(ง) ไม่จริง เช่น เมื่อ $a=0$ แต่ b ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ 0

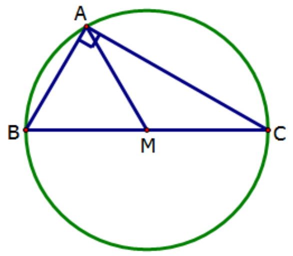
(จ) จริง

ดังนั้น ผลบวกของจำนวนที่อยู่ทางขวามือในข้อที่เป็นจริง คือ $2+32=34$

ข้อ 10. ตอบ 120

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีจุด M เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน BC

นั่นคือ จุด M เป็นจุดศูนย์กลางวงล้อมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC



จะได้ $\mathrm{MA}=\mathrm{MB}=\mathrm{MC}$ และ $\hat{\mathrm{B}}+\hat{\mathrm{C}}=90^\circ$

จาก $\hat{\mathrm{B}}=2\hat{\mathrm{C}}$ จะได้ $3\hat{\mathrm{C}}=90^\circ$ ดังนั้น $\hat{\mathrm{C}}=30^\circ$

จาก $\mathrm{MA}=\mathrm{MC}$ ดังนั้น รูปสามเหลี่ยม AMC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

และ $\mathrm{M\hat{A}C}=\mathrm{M\hat{C}A}$

ดังนั้น $\mathrm{A\hat{M}C}=180^\circ-(\mathrm{M\hat{A}C}+\mathrm{M\hat{C}A})=120^\circ$

ข้อ 11. ตอบ 0 หรือ 2

$0.\dot{a}\dot{b}=\dfrac{10a+b}{99}$, $0.\dot{b}\dot{a}=\dfrac{10b+a}{99}$, $0.\dot{3}=\dfrac{3}{9}$

$$\begin{aligned}
0.\dot{a}\dot{b}+0.\dot{b}\dot{a} &= 0.\dot{3}\\
\frac{10a+b}{99}+\frac{10b+a}{99} &= \frac{3}{9}\\
10a+b+10b+a &= 33\\
10(a+b)+(a+b) &= 33
\end{aligned}$$

นั่นคือ $a+b=3$

กรณีที่ 1 $a=2$ และ $b=1$ หรือ $a=1$ และ $b=2$

กรณีนี้จะได้ $ab=2$

กรณีที่ 2 $a=0$ และ $b=3$ หรือ $a=3$ และ $b=0$

กรณีนี้จะได้ $ab=0$

ข้อ 12. ตอบ 16

$$\begin{aligned}\left(-\frac{2}{3}x^2y\right)^3 \div \left(-\frac{3}{4}xy^3\right)^2 \times \left\{\left(-\frac{9}{4}\right)^3 x^4y^5\right\} &= \left(-\frac{2^3}{3^3}x^6y^3\right)\times\left(\frac{4^2}{3^2x^2y^6}\right)\times\left(-\frac{9^3}{4^3}x^4y^5\right)\\ &= 6x^8y^2\end{aligned}$$

จะได้ $a=6,\ b=8$ และ $c=2$

ดังนั้น $a+b+c=6+8+2=16$

ข้อ 13. ตอบ 17

จาก $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{3}$

จะได้ $\dfrac{y}{x} = \dfrac{3}{2}$

จะได้
$$\begin{aligned}\frac{x^2}{x^2+y^2} &= \frac{1}{1+\frac{y^2}{x^2}}\\ &= \frac{1}{1+\frac{3^2}{2^2}}\\ &= \frac{1}{\frac{13}{4}}\\ &= \frac{4}{13}\end{aligned}$$

จะได้ $n=4$ และ $m=13$

ดังนั้น $m+n=13+4=17$

ข้อ 14. ตอบ 44

(ก) ไม่จริง เช่น $a=0.0344$ จะได้ $2a=0.0688$ แต่เมื่อปัดเศษ $2a$ ให้เป็นทศนิยมสามตำแหน่ง จะได้ 0.069

(ข) จริง

(ค) จริง

(ง) ไม่จริง เช่น $a = 0.03444$ เมื่อปัดเศษ a ให้เป็นทศนิยมสี่ตำแหน่ง จะได้ 0.0344

(จ) จริง

ดังนั้น ผลบวกของจำนวนที่อยู่ทางขวามือในข้อที่เป็นจริง คือ $4+8+32=44$

ข้อ 15. ตอบ 75

ให้ระยะทางระหว่างจุด A กับจุด B เป็น x กิโลเมตร

และระยะทางระหว่างจุด B กับจุด C เป็น $125-x$ กิโลเมตร

การเดินทางจากจุด A ไปยังจุด B ใช้เวลา $\frac{x}{30}$ ชั่วโมง

การเดินทางจากจุด B ไปยังจุด C ใช้เวลา $\frac{125-x}{40}$ ชั่วโมง

และการเดินทางจากจุด A ไปยังจุด C ใช้เวลา $3\frac{45}{60}$ หรือ $3\frac{3}{4}$ ชั่วโมง

นั่นคือ
$$\begin{aligned} \frac{x}{30}+\frac{125-x}{40} &= 3\frac{3}{4} \\ 4x+375-3x &= 450 \\ x &= 75 \end{aligned}$$

ดังนั้น ระยะทางระหว่างจุด A กับจุด B เป็น 75 กิโลเมตร

ข้อ 16. ตอบ 3

$x-a \le 1$ -------- (1)

$5x+4 > 3(x+4)$ -------- (2)

จาก (1) จะได้ $a \ge x-1$

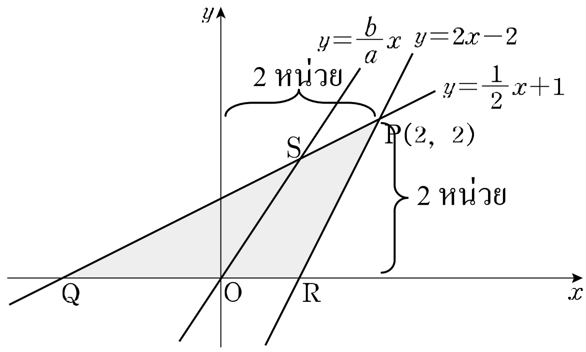
จาก (2) จะได้ $x > 4$

นั่นคือ $x-1>3$

จะได้ $a>3$ ที่ทำให้จำนวนจริง x สอดคล้องกับอสมการ (1) และ (2)

ดังนั้น ค่า a ที่มากที่สุดที่ทำให้ไม่มีจำนวนจริง x ซึ่งสอดคล้องกับอสมการ (1) และ (2) คือ 3

ข้อ 17. ตอบ 5



$y = 2x - 2$ -------- (1)

$y = \frac{1}{2}x + 1$ -------- (2)

$y = \frac{b}{a}x$ -------- (3)

เมื่อแทน $y = 0$ ลงใน (1) จะได้ $x = 1$ ดังนั้นพิกัดของจุด R คือ (1, 0)

เมื่อแทน $y = 0$ ลงใน (2) จะได้ $x = -2$ ดังนั้นพิกัดของจุด Q คือ (−2, 0)

นั่นคือ ระยะจากจุด Q ถึงจุด R คือ 3

จะได้พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม PQR $= \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$ ตารางหน่วย

กำหนดให้จุดที่เกิดจากการตัดกันของ $y = \frac{1}{2}x + 1$ และ $y = \frac{b}{a}x$ คือ จุด S

จะได้พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม SQO $= \frac{1}{2}$ ของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม PQR $= \frac{3}{2}$

ระยะจากจุด Q ถึงจุด O คือ 2

$$\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม SQO} = \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{1}{2} \times 2 \times \text{สูง}$$

ดังนั้น $\text{สูง} = \frac{3}{2}$

แทน $y = \frac{3}{2}$ ลงใน (2) จะได้ $x = 1$

นั่นคือ พิกัดของจุด S คือ $(1, \frac{3}{2})$

แทน $x = 1$ และ $y = \frac{3}{2}$ ลงใน (3) จะได้ $\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$

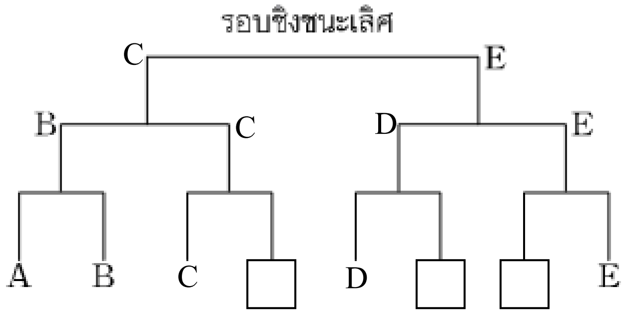
นั่นคือ $b = 3$ และ $a = 2$

ดังนั้น $a + b = 2 + 3 = 5$

ข้อ 18. ตอบ 7

จากโจทย์ B ชนะ A แต่แพ้ C แสดงว่า B แข่งขันกับ C ในการแข่งขันรอบ 2

D ชนะ 1 แพ้ 1 แสดงว่าผ่านรอบแรก แต่ตกรอบ 2 จึงต้องเป็นคู่แข่งขันของ E



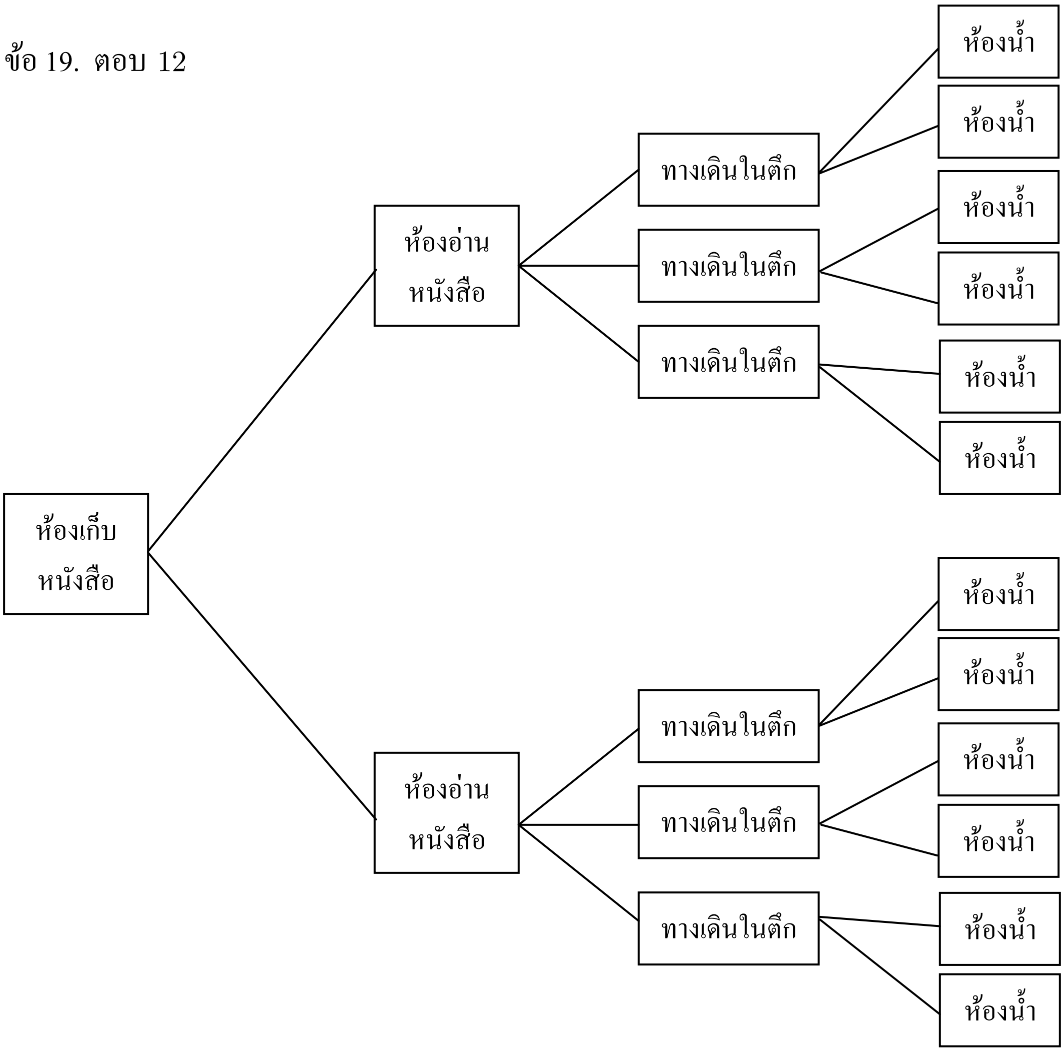
นักเรียน	A	B	C	D	E	F	G	H
หมายเลข	1	2	3	4	5	6	7	8

E แข่งขันครั้งที่ 2 กับ D ซึ่งได้หมายเลข 4 และแข่งรอบชิงชนะเลิศกับ C ซึ่งได้หมายเลข 3

นั่นคือ $a = 4$ และ $b = 3$

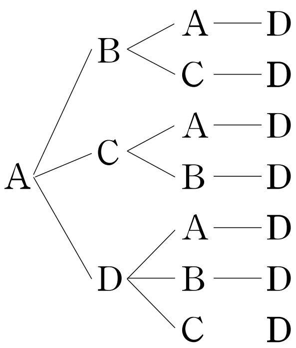
ดังนั้นคำตอบคือ $a + b = 4 + 3 = 7$

ข้อ 19. ตอบ 12



ข้อ 20. ตอบ 7

ถ้าแสดงกรณีที่หลังจากผ่านไป 3 วินาที แล้ว จุด P เคลื่อนที่ไปอยู่ที่จุด D จะได้ดังรูป ต่อไปนี้

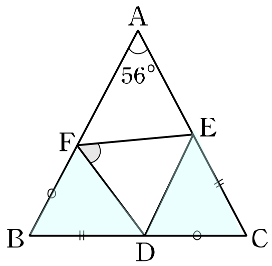


ดังนั้น จะได้ทั้งหมด 7 กรณี

ข้อ 21. ตอบ 59

จากโจทย์ กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC มี AB=AC และ $\hat{\mathrm{A}}=56^\circ$

นั่นคือ $\hat{\mathrm{B}}=\hat{\mathrm{C}}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-56^\circ)=62^\circ$



เนื่องจาก BD=CE, $\hat{\mathrm{B}}=\hat{\mathrm{C}}$ และ CD=BF

ดังนั้น $\Delta\mathrm{BDF}\cong\Delta\mathrm{CED}$

นั่นคือ DF=ED

พิจารณา $\Delta\mathrm{BDF}$ $\quad \mathrm{B\hat{D}F}+\mathrm{D\hat{F}B}=180^\circ-62^\circ=118^\circ$

เนื่องจาก $\mathrm{D\hat{F}B}=\mathrm{E\hat{D}C}$ ดังนั้น $\mathrm{B\hat{D}F}+\mathrm{E\hat{D}C}=118^\circ$ และ $\mathrm{F\hat{D}E}=180^\circ-118^\circ=62^\circ$

จาก DF=ED นั่นคือ $\mathrm{D\hat{F}E}=\mathrm{B\hat{E}F}=\dfrac{180^\circ-62^\circ}{2}=59^\circ$

ข้อ 22. ตอบ 29

$x-2y+z=0$ -------- (1)

$3x+2y-3z=0$ -------- (2)

$xyz\neq 0$ -------- (3)

จาก (1) จะได้ $2y=x+z$ -------- (4)

จาก (2) จะได้ $2y=3z-3x$ -------- (5)

จาก (4) และ (5) จะได้ $x+z=3z-3x$ นั่นคือ $4x=2z$ หรือ $z=2x$

แทน $z=2x$ ลงใน (1)

จะได้

$$\begin{aligned} x-2y+2x &= 0 \\ 3x &= 2y \\ x &= \frac{2}{3}y \end{aligned}$$

ดังนั้น $x:y:z=2:3:4$

ถ้า $x=2k$ โดยที่ k เป็นจำนวนจริง จะได้ $y=3k$ และ $z=4k$

นั่นคือ

$$\begin{aligned} \tfrac{x}{2y+z}+\tfrac{y}{2z+x}+\tfrac{z}{2x+y} &= \tfrac{2k}{6k+4k}+\tfrac{3k}{8k+2k}+\tfrac{4k}{4k+3k} \\ &= \tfrac{2k}{10k}+\tfrac{3k}{10k}+\tfrac{4k}{7k} \\ &= \tfrac{14+21+40}{70} \\ &= \tfrac{75}{70} \\ &= \tfrac{15}{14} \end{aligned}$$

นั่นคือ $b=15$ และ $a=14$

ดังนั้น $a+b=14+15=29$

ข้อ 23. ตอบ 15

กรณีที่ไม่สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมได้คือกรณีที่เส้นตรงทั้งสามเส้นตัดกันที่จุดเพียงจุดเดียวหรือมีเส้นตรงสองเส้นขนานกัน

(i) กรณีที่ $x+2y=0$ และ $2x+ay=5$ ขนานกัน

$x+2y=0$ -------- (1)

$2x+ay=5$ -------- (2)

จาก (1) จะได้ $2x+4y=0$

ดังนั้น $a=4$

(ii) กรณีที่ $x+3y=5$ และ $2x+ay=5$ ขนานกัน

$x+3y=5$ -------- (1)

$2x+ay=5$ -------- (2)

จาก (1) จะได้ $2x+6y=10$

ดังนั้น $a=6$

(iii) กรณีที่เส้นตรงทั้งสามเส้นตัดกันที่จุดเพียงจุดเดียว

$x+2y=0$ -------- (1)

$x+3y=5$ -------- (2)

$2x+ay=5$ -------- (3)

จาก (1) จะได้ $x=-2y$ -------- (4)

จาก (2) จะได้ $x=-3y+5$ -------- (5)

จาก (4) และ (5) จะได้ $-2y=-3y+5$ นั่นคือ $y=5$

แทน $y=5$ ลงใน (1) จะได้ $x=-10$

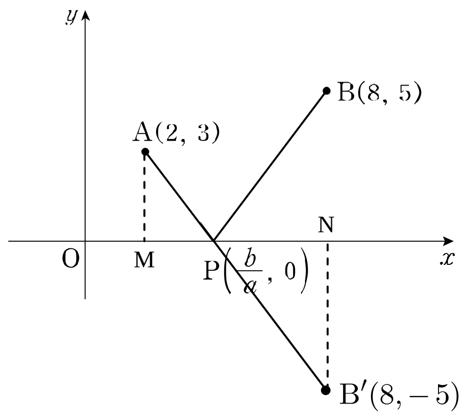
ดังนั้น เส้นตรง $x+2y=0$ และเส้นตรง $x+3y=5$ ตัดกันที่จุด $(-10,\ 5)$

แทน $x=-10$ และ $y=5$ ลงใน $2x+ay=5$

จะได้ $2(-10)+a(5)=5$ นั่นคือ $a=5$

ดังนั้น จากทั้งสามกรณีผลบวกของค่า a ทั้งหมดที่ทำให้ไม่สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมดังกล่าวได้ $4+6+5=15$

ข้อ 24. ตอบ 21



ให้จุด $\mathrm{B}'(8,\ -5)$ เป็นจุดที่เกิดจากการสะท้อนจุด $\mathrm{B}(8,\ 5)$ ข้ามแกน x

จะได้ว่า $\mathrm{PB}=\mathrm{PB}'$

นั่นคือ $\mathrm{AP}+\mathrm{PB}=\mathrm{AP}+\mathrm{PB}'$

จากโจทย์ต้องการให้ $\mathrm{AP}+\mathrm{PB}$ มีค่าน้อยที่สุด

นั่นคือ $\mathrm{AP}+\mathrm{PB}'$ มีค่าน้อยที่สุด

ดังนั้น จุด A จุด P และจุด B' ต้องอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน

ลากเส้นจากจุด A และ B' ไปตั้งฉากกับแกน x ที่จุด M และ N ตามลำดับ

สังเกตว่า $\Delta\mathrm{AMP}$ คล้ายกับ $\Delta\mathrm{B}'\mathrm{NP}$ จึงได้ว่า $\dfrac{\mathrm{AM}}{\mathrm{MP}}=\dfrac{\mathrm{B}'\mathrm{N}}{\mathrm{NP}}$

ดังนั้น

$$\frac{3}{\frac{b}{a}-2} = \frac{5}{8-\frac{b}{a}}$$

$$24-\frac{3b}{a} = \frac{5b}{a}-10$$

$$\frac{8b}{a} = 34$$
$$\frac{b}{a} = \frac{17}{4}$$

นั่นคือ $b = 17$ และ $a = 4$

ดังนั้น $a + b = 17 + 4 = 21$

ข้อ 25. ตอบ 5

ให้ x แทนจำนวนครั้งที่โยนเหรียญแล้วออกหัว

และ y แทนจำนวนครั้งที่โยนเหรียญแล้วออกก้อย

จากโจทย์จะได้ $x + y = 5$ -------- (1)

$2x - 3y = 5$ -------- (2)

จาก (1) จะได้ $2x = -2y + 10$ -------- (3)

จาก (2) จะได้ $2x = 3y + 5$ -------- (4)

จาก (3) และ (4) จะได้ $-2y + 10 = 3y + 5$ นั่นคือ $y = 1$

แทน $y = 1$ ลงใน (1) จะได้ $x = 4$

แสดงว่าหลังจากโยนเหรียญ 5 ครั้ง ออกหัว 4 ครั้ง และออกก้อย 1 ครั้ง

นั่นคือ จะมีทั้งหมด 5 กรณีที่ P จะเคลื่อนที่ไปอยู่ที่จุด Q

ซึ่งได้แก่ (หัว, หัว, หัว, หัว, ก้อย), (หัว, หัว, หัว, ก้อย, หัว), (หัว, หัว, ก้อย, หัว, หัว), (หัว, ก้อย, หัว, หัว, หัว), (ก้อย, หัว, หัว, หัว, หัว)

ข้อ 26. ตอบ 5

ให้ $x^2 = a^3$

เนื่องจาก 2 และ 3 เป็นจำนวนเฉพาะ ดังนั้น a จะต้องเขียนอยู่ในรูป y^2

นั่นคือ $x^2 = (y^2)^3 = (y^3)^2$

ดังนั้น $x = y^3$

นั่นคือ x เป็นจำนวนกำลังสามสมบูรณ์

จาก $100, 101, 102, 103, \ldots, 900$ จำนวนที่เป็นจำนวนกำลังสามสมบูรณ์ ได้แก่

$5^3, 6^3, 7^3, 8^3, 9^3$ ซึ่งมีทั้งหมด 5 จำนวน

ข้อ 27. ตอบ 214

กำหนดให้ a เป็นจำนวนเฉพาะ และ b เป็นจำนวนนับ

$$\begin{aligned} b-5a &= 100 \\ b &= 5a+100 \\ \frac{b}{a} &= 5+\frac{100}{a} \end{aligned}$$

จากโจทย์ $n=\frac{b}{a}$ โดยที่เมื่อปัดเศษ n ให้เป็นจำนวนเต็มจะได้ผลลัพธ์เป็น 10

นั่นคือ $9.5 \le 5+\dfrac{100}{a}$ และ $5+\dfrac{100}{a} < 10.5$

$4.5 \le \dfrac{100}{a}$ และ $\dfrac{100}{a} < 5.5$

$a \le \dfrac{100}{4.5}$ และ $\dfrac{100}{5.5} < a$

$a \le \dfrac{1000}{45}$ และ $\dfrac{1000}{55} < a$

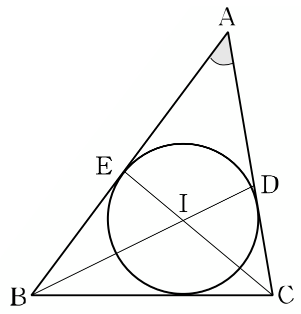
$a \le 22.2222...$ และ $18.1818... < a$

เนื่องจาก a เป็นจำนวนเฉพาะ ดังนั้น $a=19$

และเมื่อแทน $a=19$ ลงใน $b=5a+100$ จะได้ $b=195$

ดังนั้น $a+b=19+195=214$

ข้อ 28. ตอบ 46



เนื่องจากจุด I เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมแนบใน ΔABC

ดังนั้น $\mathrm{A\hat{B}D}=\mathrm{C\hat{B}D}$ และ $\mathrm{A\hat{C}E}=\mathrm{B\hat{C}E}$

จาก ΔABD จะได้ $\mathrm{A\hat{D}B}=180^\circ-(\mathrm{B\hat{A}D}+\mathrm{A\hat{B}D})$

นั่นคือ $\mathrm{B\hat{D}C}=180^\circ-\mathrm{A\hat{D}B}=\mathrm{B\hat{A}D}+\mathrm{A\hat{B}D}$ -------- (1)

จาก ΔACE จะได้ $\mathrm{C\hat{E}A}=180^\circ-(\mathrm{E\hat{A}C}+\mathrm{A\hat{C}E})$

นั่นคือ $\mathrm{B\hat{E}C}=180^\circ-\mathrm{C\hat{E}A}=\mathrm{E\hat{A}C}+\mathrm{A\hat{C}E}$ -------- (2)

เนื่องจาก $\mathrm{B\hat{D}C}+\mathrm{B\hat{E}C}=159^\circ$ -------- (3)

จาก (1), (2) และ (3) จะได้ $B\hat{A}D+A\hat{B}D+E\hat{A}C+A\hat{C}E = 159^\circ$

และ $B\hat{A}C = B\hat{A}D = E\hat{A}C$ -------- (4)

นั่นคือ $2B\hat{A}C+A\hat{B}D+A\hat{C}E = 159^\circ$ -------- (5)

จาก ΔABC จะได้ $B\hat{A}C+A\hat{B}C+A\hat{C}B = 180^\circ$

หรือ $B\hat{A}C+2A\hat{B}D+2A\hat{C}E = 180^\circ$ -------- (6)

จาก (6) จะได้ $2A\hat{B}D+2A\hat{C}E = 180^\circ - B\hat{A}C$ -------- (7)

จาก (5) จะได้ $2A\hat{B}D+2A\hat{C}E = 318^\circ - 4B\hat{A}C$ -------- (8)

จาก (7) และ (8) จะได้ $180^\circ - B\hat{A}C = 318^\circ - 4B\hat{A}C$

$3B\hat{A}C = 138^\circ$

ดังนั้น $B\hat{A}C = 46^\circ$

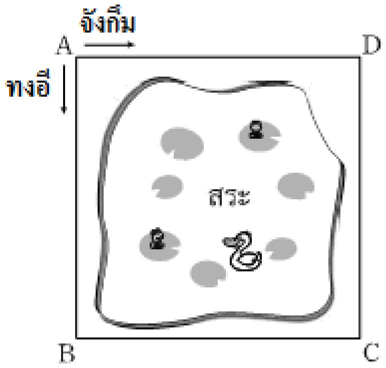
ข้อ 29. ตอบ 36

$$
\begin{aligned}
4\times 5^{n-1}\times(2^{n-2}+2^{n-1})\times(3^n+3^{n+2}) &= 2^2\times 5^{n-1}\times(2^{n-2}+2^{n-1})\times(3^n+3^{n+2})\\
&= 5^{n-1}\times(2^n+2^{n+1})\times(3^n+3^{n+2})\\
&= 5^{n-1}\times 2^n\times(1+2)\times 3^n\times(1+3^2)\\
&= 5^{n-1}\times 2^n\times 3\times 3^n\times 10\\
&= 5^{n-1}\times 2^n\times 3\times 3^n\times 2\times 5\\
&= (2\times 3)\times(5\times 2\times 3)^n\\
&= 6\times 30^n
\end{aligned}
$$

จะได้ $a=6, b=30$

ดังนั้น $a+b=6+30=36$

ข้อ 30. ตอบ 630



ให้ทงอีเดินได้ระยะทาง 1 เมตร ในเวลา x วินาที

และจังกึมเดินได้ระยะทาง 1 เมตร ในเวลา y วินาที

เนื่องจากความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาว 1.2 กิโลเมตร
นั่นคือ แต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาว 300 เมตร
เนื่องจากทั้งสองคนเดินมาพบกันเป็นครั้งแรกบนด้าน CD ที่ตำแหน่งซึ่งห่างจากจุด C เป็นระยะ 105 เมตร นั่นคือ เวลาที่ทงอีใช้ในการเดิน เท่ากับ เวลาที่จังกึมใช้ในการเดิน
ซึ่งจะได้ $705x+120=495y+60$ -------- (1)
เนื่องจากทั้งสองคนเดินมาพบกันเป็นครั้งที่สองบนด้าน AB ที่ตำแหน่งซึ่งห่างจากจุด B เป็นระยะ 75 เมตร นั่นคือ เมื่อเริ่มนับเวลาจากการที่ทั้งสองคนเดินมาพบกันเป็นครั้งแรก
จะได้ เวลาที่ทงอีใช้ในการเดิน เท่ากับ เวลาที่จังกึมใช้ในการเดิน

$720x+120=480y+120$ -------- (2)

จาก (1) จะได้ $47x+4=33y$ -------- (3)
จาก (2) จะได้ $3x=2y$ -------- (4)
จาก (3) จะได้ $94x+8=66y$ -------- (5)
จาก (4) จะได้ $99x=66y$ -------- (6)
จาก (5) และ (6) จะได้

$$\begin{aligned} 94x+8 &= 99x \\ x &= \frac{8}{5} \end{aligned}$$

แทน $x=\frac{8}{5}$ ลงใน (4) จะได้ $y=\frac{12}{5}$
เมื่อเริ่มนับเวลาจากการที่ทั้งสองคนเดินมาพบกันเป็นครั้งสอง
ถ้าทงอีเดินไปถึงจุด D จะใช้เวลา $675\left(\frac{8}{5}\right)+120=1200$ วินาที
และถ้าจังกึมเดินไปถึงจุด D จะใช้เวลา $525\left(\frac{12}{5}\right)+60=1320$ วินาที
เมื่อพิจารณาเวลาเดินทางของทงอีและจังกึมที่จุด D แล้ว พบว่าจังกึมใช้เวลาเดินทางมากกว่า แสดงว่าทั้งสองน่าจะพบกันเป็นครั้งที่สามที่จุดหนึ่งบนด้าน AD
ให้ a แทนระยะทางที่อยู่ห่างจากจุด D บนด้าน AD ซึ่งทั้งสองคนเดินมาพบกันเป็นครั้งที่สาม
และเมื่อเริ่มนับเวลาจากการที่ทั้งสองคนเดินมาพบกันเป็นครั้งสอง
นั่นคือเวลาที่ทงอีใช้ในการเดิน เท่ากับ เวลาที่จังกึมใช้ในการเดิน เพื่อที่จะพบกันในครั้งที่สาม

จะได้ $$(675+a)\left(\frac{8}{5}\right)+180 = (525-a)\left(\frac{12}{5}\right)+60$$

$$
\begin{aligned}
(675+a)\left(\frac{8}{5}\right)+120 &= (525-a)\left(\frac{12}{5}\right) \\
(675+a)2+150 &= (525-a)3 \\
1350+2a+150 &= 1575-3a \\
5a &= 75 \\
a &= 15
\end{aligned}
$$

ดังนั้น ทั้งสองคนเดินมาพบกันเป็นครั้งที่สามบนด้าน AD ที่ตำแหน่งซึ่งห่างจากจุด D เป็นระยะ 15 เมตร

นั่นคือ ทงอีเดินได้ระยะทางทั้งหมด $7 \times 300 + 15 = 2115$ เมตร

และจังกึมเดินได้ระยะทางทั้งหมด $4 \times 300 + 285 = 1485$ เมตร

ดังนั้น ทงอีจะเดินมากกว่าจังกึมเป็นระยะทาง $2115 - 1485 = 630$ เมตร