เฉลยข้อสอบการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประจำปี 2554 (TME) ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อ 1. ตอบ 14	ข้อ 2. ตอบ 7	ข้อ 3. ตอบ 5
ข้อ 4. ตอบ 12	ข้อ 5. ตอบ 25	ข้อ 6. ตอบ 17
ข้อ 7. ตอบ 13	ข้อ 8. ตอบ 9	ข้อ 9. ตอบ 6
ข้อ 10. ตอบ 17	ข้อ 11. ตอบ 4	ข้อ 12. ตอบ 5
ข้อ 13. ตอบ 23	ข้อ 14. ตอบ 8	ข้อ 15. ตอบ 2
ข้อ 16. ตอบ 18	ข้อ 17. ตอบ 40	ข้อ 18. ตอบ 80
ข้อ 19. ตอบ 8	ข้อ 20. ตอบ 18	ข้อ 21. ตอบ 26
ข้อ 22. ตอบ 65	ข้อ 23. ตอบ 7	ข้อ 24. ตอบ 5
ข้อ 25. ตอบ 8	ข้อ 26. ตอบ 250	ข้อ 27. ตอบ 40
ข้อ 28. ตอบ 13	ข้อ 29. ตอบ 11	ข้อ 30. ตอบ 12

ข้อ 1. ตอบ 14

$$\begin{aligned}4\sqrt{20}+\sqrt{32}-\sqrt{5}+\sqrt{18} &= 4\sqrt{2^2\times 5}+\sqrt{4^2\times 2}-\sqrt{5}+\sqrt{3^2\times 2}\\ &= 8\sqrt{5}+4\sqrt{2}-\sqrt{5}+3\sqrt{2}\\ &= 7\sqrt{5}+7\sqrt{2}\end{aligned}$$

จะได้ $a=7$ และ $b=7$

ดังนั้น $a+b=14$

ข้อ 2. ตอบ 7

เนื่องจากคำตอบของสมการ $9x^2-6x-4=0$ คือ

$$\begin{aligned}x &= \frac{- \ -6 \ \pm\sqrt{-6^{\ 2}-4\ 9\ \ -4}}{2\ 9}\\ &= \frac{6\pm 6\sqrt{1+4}}{18}\\ &= \frac{1\pm\sqrt{5}}{3}\end{aligned}$$

จะได้ $a=1$ และ $b=5$

ดังนั้น $2a+b=2\ 1\ +5=7$

ข้อ 3. ตอบ 5

$$
\begin{aligned}
x-1 \quad x-5 &= 4 \\
(x-3)+2 \quad (x-3)-2 &= 4 \\
x-3 \;^{2}-4 &= 4 \\
x-3 \;^{2} &= 8
\end{aligned}
$$

จะได้ $a=-3$ และ $b=8$

ดังนั้น $a+b=5$

ข้อ 4. ตอบ 12

เนื่องจาก $a-7$,a, $a+1$ เป็นความยาวด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมมุมฉาก

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้

$$
\begin{aligned}
a+1 \;^{2} &= a^{2}+\; a-7 \;^{2} \\
a^{2}+2a+1 &= a^{2}+a^{2}-14a+49 \\
a^{2}-16a+48 &= 0 \\
a-12 \quad a-4 &= 0
\end{aligned}
$$

จะได้ $a=12$ หรือ $a=4$

แต่ถ้า $a=4$ จะได้ $a-7$ เป็นจำนวนลบ

ดังนั้น $a=12$

ข้อ 5. ตอบ 25

จากกราฟ นักเรียนที่ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าคะแนนวิชาภาษาเกาหลีมีทั้งหมด 4 คน จาก 16 คน ซึ่งคิดเป็น $\frac{4}{16}\times 100=25\%$ ของนักเรียนทั้งหมด

ข้อ 6. ตอบ 17

จากที่โจทย์กำหนดให้ พาราโบลา $y=x^{2}+bx+c$ มีจุด $-3, 2$ เป็นจุดต่ำสุด

จะได้ $-3, 2$ เป็นจุดยอดของพาราโบลาและสัมประสิทธิ์ของ x^{2} เท่ากับ 1

ซึ่งสามารถเขียนสมการแทนพาราโบลาที่มีจุดยอดเป็น $-3, 2$ และมีสัมประสิทธิ์ของ x^{2} เป็น 1 ได้ดังนี้ $y=\; x+3 \;^{2}+2=x^{2}+6x+11$

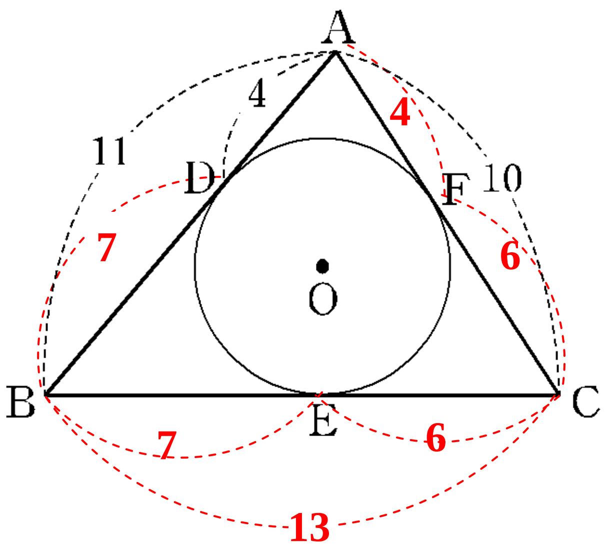
นั่นคือ $x^{2}+bx+c=x^{2}+6x+11$

ซึ่งได้ว่า $b=6$ และ $c=11$

ดังนั้น $b+c=17$

ข้อ 7. ตอบ 13

จากทฤษฎีบทของวงกลม ส่วนของเส้นตรงที่ลากมาจากจุด ๆ หนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกัน จะยาวเท่ากัน จากรูปข้างล่างจึงได้ว่า $\overline{\mathrm{BC}}$ ยาว 13 หน่วย



ข้อ 8. ตอบ 9

$$3x+5 \quad x+4 \;-2\; x-1 \quad x+5 \;=\; 3x^2+17x+20 \;-2\; x^2+4x-5$$
$$= x^2+9x+30$$

ดังนั้น สัมประสิทธิ์ของ x เมื่อกระจายนิพจน์ที่กำหนดให้คือ 9

ข้อ 9. ตอบ 6

จาก $2x^2 + \; 3a-11 \; x-15 = \; 2x-3 \quad x+5 \; = 2x^2+7x-15$

จะได้ $3a-11=7$

ดังนั้น $a=6$

ข้อ 10. ตอบ 17

จากตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนวิชาคณิตศาสตร์กับคะแนนวิชาภาษาอังกฤษของนักเรียน 30 คน

ภาษาอังกฤษ / คณิตศาสตร์	0	1	2	3	4	5	**รวม**
5					2	1	3
4				3	2		5
3			**2**	**3**	2		7
2		**1**	**5**	**4**			10
1		**1**	**2**				3
0	**1**	**1**					2
รวม	1	3	9	10	6	1	30

จะเห็นว่า มีนักเรียนที่ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาอังกฤษรวมกันไม่เกิน 5 คะแนนมีทั้งหมด 1+1+1+1+2+5+2+4 = 17 คน

ข้อ 11. ตอบ 4

เนื่องจาก $x^2 - 2x - 1 = 0$

มีคำตอบเป็น $x = \dfrac{-\ -2\ \pm \sqrt{-2^{\ 2} - 4\ 1\ \ -1}}{2\ 1} = 1 \pm \sqrt{2}$

ดังนั้น ผลบวกของคำตอบของ $x^2 - 2x - 1 = 0$ เท่ากับ $1 + \sqrt{2}\ +\ 1 - \sqrt{2}\ = 2$

จากที่โจทย์กำหนดให้ ผลบวกของคำตอบของ $x^2 - 2x - 1 = 0$

เป็นคำตอบของ $x^2 - 4x + k = 0$ นั่นคือเมื่อแทน $x = 2$ ลงใน $x^2 - 4x + k = 0$

จะได้ $2^2 - 4 \times 2 + k = 0$

ดังนั้น $k = 4$

ข้อ 12. ตอบ 5

จากโจทย์ $x=\sqrt{5}+\sqrt{2}$ และ $y=\dfrac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\sqrt{5}-\sqrt{2}$

จะได้ $xy=3$ และ $x-y=2\sqrt{2}$

ดังนั้น $x^2-3xy+y^2=\ x-y\ ^{2}-xy=8-3=5$

ข้อ 13. ตอบ 23

$$
\begin{aligned}
\sqrt{\frac{8}{15}}\times\left(-\sqrt{\frac{10}{3}}\right)\div\left(-\sqrt{\frac{5}{12}}\right) &= \sqrt{\frac{8}{15}}\times\left(-\sqrt{\frac{10}{3}}\right)\times\left(-\sqrt{\frac{12}{5}}\right)\\
&= \sqrt{\frac{8}{15}}\times\sqrt{\frac{10}{3}}\times\sqrt{\frac{12}{5}}\\
&= \sqrt{\frac{8}{15}\times\frac{10}{3}\times\frac{12}{5}}\\
&= \frac{8}{15}\sqrt{15}
\end{aligned}
$$

จะได้ $m=8$ และ $n=15$

ดังนั้น $m+n=23$

ข้อ 14. ตอบ 8

โจทย์กำหนดให้กราฟพาราโบลา $y=ax^2+bx+c$ ผ่านจุดสามจุดได้แก่ $-1,0$, $3,0$ และ $0,6$

ดังนั้น เมื่อแทนค่า x และ y จากคู่อันดับทั้งสามลงในสมการพาราโบลาเราจะได้ ระบบสมการดังนี้

(1) $0=a-b+c$

(2) $0=9a+3b+c$

(3) $6=c$

จะได้ $a=-2$, $b=4$, และ $c=6$

ดังนั้น $a+b+c=8$

ข้อ 15. ตอบ 2

จากโจทย์กำหนดให้ $x^2 - 3x = 2x^2 - 5x = -2$ -------- (1)

จะได้

$$
\begin{aligned}
x^2 - 3x &= 2x^2 - 5x \\
x^2 - 2x &= 0 \\
x \; x - 2 &= 0 \\
x &= 0, 2
\end{aligned}
$$

ซึ่งเมื่อแทน $x = 0$ ลงในสมการ (1) จะได้ $0 = 0 = -2$ ซึ่งเป็นไปไม่ได้

แต่เมื่อแทน $x = 2$ ลงในสมการ (1) จะได้ $-2 = -2 = -2$

ดังนั้น $x^2 - 3x = 2x^2 - 5x = -2$ จะเป็นจริงเมื่อ $x = 2$ เท่านั้น

ข้อ 16. ตอบ 18

เนื่องจากในข้อนี้เป็นแปลงแบบเลื่อนขนาน จึงพิจารณาเพียงจุดที่สมนัยกันเพียงคู่เดียว เพื่อหาเวกเตอร์ของการเลื่อนขนาน

พาราโบลาต้นแบบ

$y = 2x^2 - 4x + 3$ => $y = 2\; x - 1 \;^2 + 1$

มีจุดยอดคือ $1, 1$

พาราโบลาปลายทาง

$y = 2x^2 - 12x + 3$ => $y = 2\; x - 3 \;^2 - 15$

มีจุดยอดคือ $3, -15$

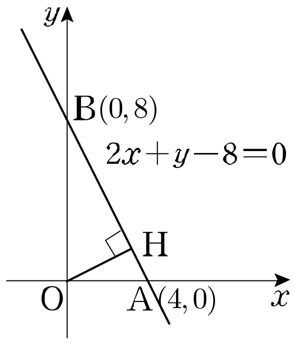
นั่นคือ เวกเตอร์ที่ใช้เลื่อนจุด $1, 1$ ไปยังจุด $3, -15$ คือ

$$3, -15 \; - \; 1, 1 \; = \begin{pmatrix} 2 \\ -16 \end{pmatrix}$$

จะได้ $p = 2$ และ $q = -16$

ดังนั้น $p - q = 18$

ข้อ 17. ตอบ 40



$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2}$$
$$= \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$$

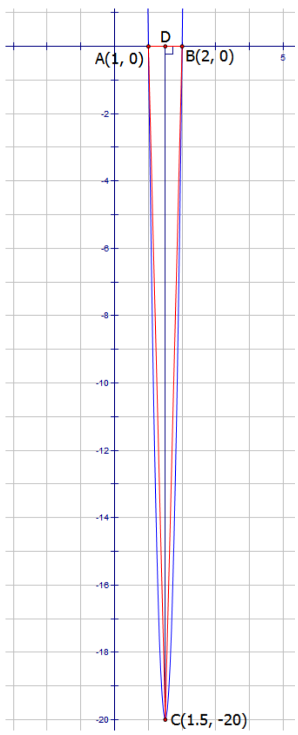
พื้นที่ของ ΔOAB คือ

$$\frac{1}{2} \times OA \times OB = \frac{1}{2} \times AB \times OH$$
$$\frac{1}{2} \times 4 \times 8 = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times OH$$
$$OH = \frac{8}{\sqrt{5}} = \frac{8}{5}\sqrt{5}$$

ดังนั้น $m = 8$ และ $n = 5$

นั่นคือ $mn = 40$

ข้อ 18. ตอบ 80



จาก $y = a(x^2 - 3x + 2) = a(x-1)(x-2)$

จะได้จุดตัดแกน x คือ $(1,0)$ และ $(2,0)$

จากโจทย์ ΔABC มีพื้นที่ 10 ตารางหน่วย

จะได้
$$10 = \frac{1}{2} \times AB \times CD$$
$$10 = \frac{1}{2} \times 1 \times CD$$
$$CD = 20$$

จะได้จุดยอดของพาราโบลานี้คือ $(1.5, -20)$ เมื่อแทนค่าลงในสมการพาราโบลาที่กำหนดให้จะได้

$$-20 = a\left((1.5)^2 - 3(1.5) + 2\right)$$
$$a = 80$$

ข้อ 19. ตอบ 8

$$\text{เนื่องจาก} \quad \frac{1}{3-2\sqrt{2}} = \frac{1}{3-2\sqrt{2}}\times\frac{3+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$$
$$= \frac{3+2\sqrt{2}}{9-8}$$
$$= 3+2\sqrt{2}$$

$$\text{พิจารณา} \quad 2 < \sqrt{8} < 3$$
$$2 < 2\sqrt{2} < 3$$
$$5 < 3+2\sqrt{2} < 6$$

จะได้ $a = 3+2\sqrt{2} - 5 = 2\sqrt{2}-2$

ดังนั้น $a^2+4a+4 = (a+2)^2$

$$= (2\sqrt{2}-2+2)^2$$
$$= (2\sqrt{2})^2$$
$$= 8$$

ข้อ 20. ตอบ 18

เนื่องจาก จุด P, Q, R เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{CD}$ ตามลำดับ

พิจารณา ΔABD จะได้ $\overline{PQ} \,//\, \overline{BD}$ และ $PQ = \frac{1}{2}BD = 6$

พิจารณา ΔACD จะได้ $\overline{QR} \,//\, \overline{AC}$ และ $QR = \frac{1}{2}AC = 6$

แต่ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ ดังนั้น $\overline{QR}\perp\overline{PQ}$

ดังนั้น พื้นที่ของสามเหลี่ยม PQR คือ $\frac{1}{2}\times 6\times 6 = 18$ ตารางหน่วย

หมายเหตุ

ให้จุด M เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{BC}$

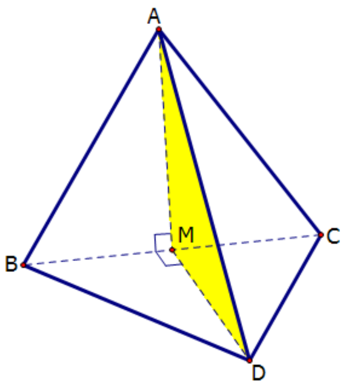
$\overline{AM}\perp\overline{BC}$

$\overline{DM}\perp\overline{BC}$

นั่นคือ $\overline{BC}$ ตั้งฉากกับระนาบที่ผ่านจุด A, M, D

เนื่องจาก $\overline{AD}$ อยู่บนระนาบที่ผ่านจุด A, M, D

ดังนั้น $\overline{BC}\perp\overline{AD}$



ข้อ 21. ตอบ 26

ให้ $\mathrm{BQ}=y, \mathrm{PB}=x$

พิจารณา $\mathrm{AP}+\mathrm{QC}= 15-x + 15-y = 30- x+y$ -------- (1)

จากโจทย์ จะได้ $xy=40$

จากรูป PBQR เป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า จะได้

$$x^2+y^2=12^2$$

$$x^2+y^2+2xy=12^2+2xy$$

$$x+y^{\ 2}=12^2+2\ 40 =224$$

$$x+y=4\sqrt{14}$$

ดังนั้น $\mathrm{AP}+\mathrm{QC}=30- x+y =30-4\sqrt{4}$

นั่นคือ $a=30$ และ $b=-4$

จะได้ $a+b=26$

ข้อ 22. ตอบ 65

$3x^2- a-2 x+7b$ เป็นกำลังสองสมบูรณ์ ก็ต่อเมื่อ $(a-2)^2=4\times3\times7b$

นั่นคือ $a-2^{\ 2}=2^2\times3\times7\times b$

จึงต้องมีจำนวนนับ k ซึ่ง $b=3\times7\times k^2$ และจะได้ $a=2+2\times3\times7k$

$a+b$ จะมีค่าน้อยที่สุด เมื่อเลือกจำนวนนับ k ที่มีค่าน้อยที่สุด นั่นคือ $k=1$

จึงได้ $a=42$ และ $b=21$

ดังนั้น $a+b=21+44=65$

ข้อ 23. ตอบ 7

เนื่องจาก $OA_1=1$

จะได้ $OA_2=\sqrt{OA_1^{\ 2}+OC^2}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$,

$$OA_3=\sqrt{OA_2^{\ 2}+OC^2}=\sqrt{2+1}=\sqrt{3},$$

$$OA_4=\sqrt{OA_3^{\ 2}+OC^2}=\sqrt{3+1}=\sqrt{4}, \ldots$$

$$OA_n=\sqrt{OA_{n-1}^{\ 2}+OC^2}=\sqrt{n-1 +1}=\sqrt{n}$$

พิจารณา $P_n=\dfrac{1}{OA_{n-1}+OA_n}$

$$=\frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}} \times \frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}} \times \frac{\sqrt{n-1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n-1}-\sqrt{n}}$$

$$= \frac{\sqrt{n-1}-\sqrt{n}}{-1}$$

$$= \sqrt{n}-\sqrt{n-1}$$

ดังนั้น

$$P_2 + P_3 + P_4 + \cdots + P_{64} = \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \sqrt{4}-\sqrt{3} + \cdots + \sqrt{64}-\sqrt{63}$$

$$= \sqrt{64}-1 = 8-1 = 7$$

ข้อ 24. ตอบ 5

พิจารณา $y = ax^2 - 2ax + b$

$$y = a\ x^2 - 2x\ + b$$

$$y = a\ x^2 - 2x + 1\ - a + b$$

$$y = a\ x - 1^{\ 2} - a + b$$

เนื่องจาก กราฟมีค่าต่ำสุดเท่ากับ -5 ดังนั้น $-a + b = -5$ -------- (1)

และสมการพาราโบลา จะอยู่ในรูป $y = a(x-1)^2 - 5$

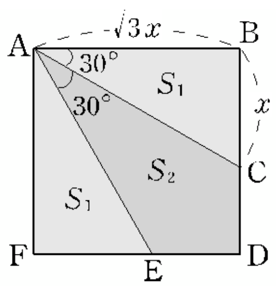
โจทย์กำหนดให้ กราฟพาราโบลานี้ผ่านจุด $(3,3)$

ดังนั้น $3 = a(3-1)^2 - 5$ ซึ่งจะได้ $a = 2$

เมื่อแทน $a = 2$ ลงใน (1) จะได้ $b = -3$

ดังนั้น $a - b = 5$

ข้อ 25. ตอบ 8



จากรูป ΔABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี $B\hat{A}C = 30^\circ$ จึงได้

$$\frac{CD}{BC} = \frac{\sqrt{3}x - x}{x} = \sqrt{3}-1$$

และหาอัตราส่วนพื้นที่ได้ดังนี้

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{2\left[Area\,of\ \Delta\mathrm{ACD}\right]}{\left[Area\,of\ \Delta\mathrm{ABC}\right]} = \frac{2\times\frac{1}{2}\times\mathrm{CD}\times\mathrm{AB}}{\frac{1}{2}\times\mathrm{BC}\times\mathrm{AB}} = \frac{2\mathrm{CD}}{\mathrm{AB}} = 2\sqrt{3}-2$$

จะได้ $a=-2$ และ $b=2$

ดังนั้น $a^2+b^2=8$

ข้อ 26. ตอบ 250

พิจารณา $5^{24}-1 \quad = \quad 5^{12}\;^{2}-1$

$= \quad 5^{12}+1 \;\; 5^{12}-1$

$= \quad 5^{12}+1 \;\; 5^{6}+1 \;\; 5^{6}-1$

$= \quad 5^{12}+1 \;\; 5^{6}+1 \;\; 5^{3}+1 \;\; 5^{3}-1$

จะได้ว่า $5^3+1=126$ และ $5^3-1=124$ เป็นจำนวนคู่บวกที่มีสามหลักและมีค่าเรียงต่อกันซึ่งเป็นตัวประกอบของ $5^{24}-1$

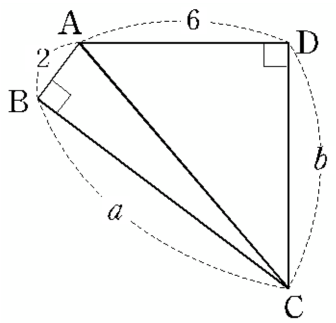
และหากพิจารณาจำนวนคู่บวกสามหลักตัวอื่น ๆ ที่น้อยว่า 124

122 120 118 116 114 112 110 108 106 104 102 100

ก็ไม่มีคู่ใดที่หาร $5^{24}-1$ ได้ลงตัว

ดังนั้น ผลรวมของจำนวนนับที่มีสามหลักที่มีผลบวกที่น้อยที่สุดคือ 124 + 126 = 250

ข้อ 27. ตอบ 40



□ABCD มีความยาวด้านแต่ละด้านเป็นจำนวนเต็ม

และ $AB=2,\ AD=6,\ \ B\ =\ D\ =\ 90^\circ$

ให้ $BC=a \quad CD=b$ ดังรูป

เนื่องจาก ΔABC และ ΔACD เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ $AC^2=2^2+a^2=6^2+b^2 \;\Rightarrow\; a^2-b^2=32 \Rightarrow\; a-b \;\; a+b\; =32$

เนื่องจาก a, b เป็นจำนวนนับและ $a+b>a-b$

ดังนั้น $\begin{cases} a+b=32 \\ a-b=1 \end{cases}$ หรือ $\begin{cases} a+b=16 \\ a-b=2 \end{cases}$ หรือ $\begin{cases} a+b=8 \\ a-b=4 \end{cases}$

ถ้าแก้สมการด้านบนจะได้เป็น

$$\begin{cases} a=\dfrac{33}{2} \\ b=\dfrac{31}{2} \end{cases} \text{ หรือ } \begin{cases} a=9 \\ b=7 \end{cases} \text{ หรือ } \begin{cases} a=6 \\ b=2 \end{cases}$$

เนื่องจาก a, b เป็นจำนวนนับ จึงเป็น $\begin{cases} a=9 \\ b=7 \end{cases}$ หรือ $\begin{cases} a=6 \\ b=2 \end{cases}$

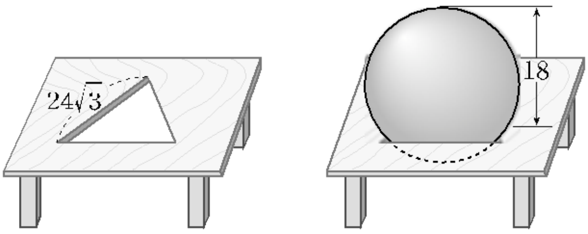
เนื่องจากค่าของ $a+b+8$ ที่เป็นความยาวรอบรูปคือ $9+7+8=24$ หรือ

$6+2+8=16$

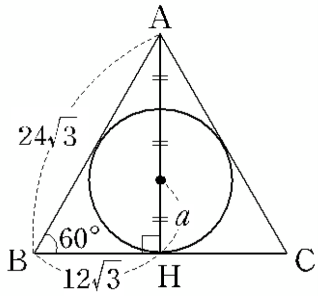
ดังนั้น M = 24, m =16

นั่นคือ M + m = 24 + 16 = 40

ข้อ 28. ตอบ 13



รูปที่ 1



รูปที่ 2

เมื่อพิจารณาภาพตัดตามขวางตรงรอยเจาะจะได้ภาพตามแสดงในรูปที่ 2 เนื่องจากรูที่เจาะเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าจุดศูนย์กลางของวงกลมที่สัมผัสกับรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าสอดคล้องกับจุดกึ่งกลางของรูปสามเหลี่ยม

ΔABH เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีอัตราส่วนของด้านสั้งสามเป็น

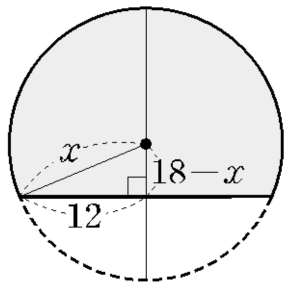
$AB:BH:AH=2:1:\sqrt{3}$

ดังนั้น $AH=36$

เนื่องจาก จุดกึ่งกลางของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าจะแบ่งเส้นมัธยฐานหรือความสูงของสามเหลี่ยมเป็น $1:3$ ตามที่แสดงในรูปที่ 2

ดังนั้น $a=\dfrac{1}{3}\times 36=12$

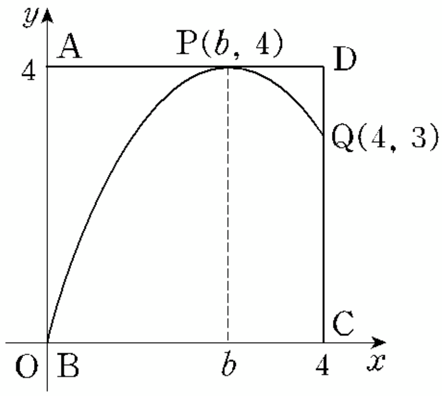
สมมติให้รัศมีของวงกลมยาว x หน่วย
ถ้าพิจารณาภาพตัดตามแนวตั้งของทรงกลม
ผ่านจุดศูนย์กลางทรงกลมจะได้ภาพดังแสดง
ในรูปที่ 3



รูปที่ 3

ซึ่งจะได้ $x^2 = 12^2 + \ 18 - x^{\ 2}$ => $x = 13$
ดังนั้น ความยาวของรัศมีของวัตถุรูปทรงกลมคือ 13

ข้อ 29. ตอบ 11



สมการพาราโบลา $y = -a(x-h)^2 + k$ -------- (1)
แทน $h = b,\ k = 4$ ลงใน (1)
จะได้ $y = -a(x-b)^2 + 4$ -------- (2)
พาราโบลาผ่านจุด $Q(4,\ 3)$ นั่นคือ แทน $x = 4,\ y = 3$ ลงใน (2)
จะได้ $3 = -a(4-b)^2 + 4$ -------- (3)
พาราโบลาผ่านจุด $O(0,\ 0)$ นั่นคือ แทน $x = 0,\ y = 0$ ลงใน (2)
จะได้ $0 = -a(0-b)^2 + 4$ -------- (4)
จาก (4) จะได้ $ab^2 - 4 = 0$ นั่นคือ $a = \dfrac{4}{b^2}$
แทน $a = -\dfrac{4}{b^2}$ ลงใน (3)

จะได้
$$\begin{aligned} 3 &= -\frac{4}{b^2}(4-b)^2 + 4 \\ 1 &= \frac{4}{b^2}(16 - 8b + b^2) \\ b^2 &= 64 - 32b + 4b^2 \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
3b^2-32b+64 &= 0\\
(3b-8)(b-8) &= 0
\end{aligned}
$$

$$b=\frac{8}{3} \quad \text{หรือ} \quad b=8$$

จากรูป b ไม่เกิน 4 ดังนั้น $b=\frac{8}{3}$

จะได้ $n=8, m=3$

ดังนั้น $n+m=8+3=11$

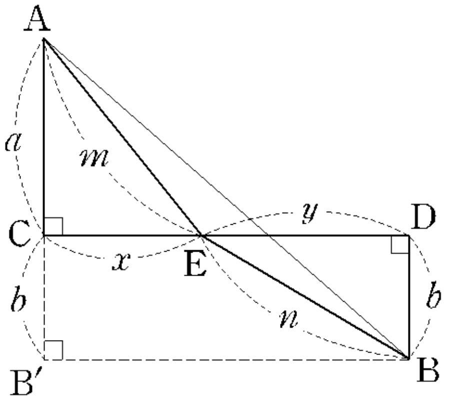
ข้อ 30. ตอบ 12

ให้ $\sqrt{x^2+a^2}=m$, $\sqrt{y^2+b^2}=n$

นั่นคือ $x^2+a^2=m^2$, $y^2+b^2=n^2$

กำหนดให้ x, a, m เป็นความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม ACE

และ y, b, n เป็นความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม BDE ดังรูป



$$
\begin{aligned}
m+n &\geq \mathrm{AB}\\
\mathrm{AB} &= \sqrt{\mathrm{AB'}^2+\mathrm{B'B}^2}\\
&= \sqrt{\ \mathrm{AC+BD}\ ^{2}+\mathrm{CD}^2}\\
&= \sqrt{\ \mathrm{AC+B'D}\ ^{2}+\mathrm{CD}^2}\\
&= \sqrt{(x+y)^2+(a+b)^2}\\
&= \sqrt{2}(a+b)\\
&= \sqrt{2}\times 6\sqrt{2}\\
&= 12
\end{aligned}
$$

และจะได้ $m+n=12$ เมื่อจุด E อยู่บน $\overline{\mathrm{AB}}$

ดังนั้น ค่าที่น้อยที่สุดของ $\sqrt{x^2+a^2}+\sqrt{y^2+b^2}$ คือ 12